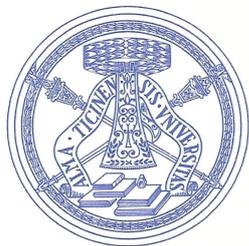

L'Effetto Fotoelettrico



Daniela Rebutti

Anno Accademico 2008/2009

- ⊙ Seconda metà' del XIX secolo:
 - **meccanica “classica”**: Newton e successivi sviluppi
 - **elettromagnetismo**: sostanzialmente compreso nelle equazioni di Maxwell
 - **termodinamica**: Carnot, Joule, etc.
- ⊙ Alcune scoperte e osservazioni sperimentali non inquadrabili nei modelli precedenti → porteranno alla nascita della Meccanica Quantistica
 - *spettro di corpo nero*
 - *l'effetto fotoelettrico*
 - *la struttura atomica*
 - *gli spettri atomici*
 - *il calore specifico dei solidi*

Modello di J.J. Thomson (1897)

- Scopre che i raggi catodici sono costituiti da elettroni
- La materia ordinaria è neutra
- Modello “a panettone”: l’atomo è costituito da una carica positiva uniformemente distribuita in una sfera all’interno della quale sono immersi gli elettroni

Modello di Rutherford (1911)

- Deflessione di particelle α da parte di una sottile lamina metallica \rightarrow la carica positiva di un atomo è localizzata in un nucleo molto più piccolo delle dimensioni atomiche
- Modello planetario: nucleo carico positivamente attorno al quale ruotano gli elettroni su orbite circolari e concentriche
- ... problemi di instabilità: per leggi dell’elettrodinamica una carica elettrica accelerata irraggia \rightarrow dovrebbe diminuire il raggio dell’orbita e gli elettroni dovrebbero cadere sul nucleo!

teoria dei quanti - Planck 1901

- Studio del **corpo nero** = cavita' in equilibrio termodinamico che emette e assorbe radiazione a tutte le energie secondo uno spettro continuo di forma ben determinata, che dipende solo dalla sua temperatura
- **Modello classico**
 - la densita' di energia per unita' di volume (legge di Rayleigh-Jeans) diverge per piccoli valori di λ (catastrofe ultravioletta)
 - il massimo dell'intensita' della luce emessa si discosta drammaticamente dai valori predetti classicamente (legge di Wien)
- Plank, **quantum model**: le energie possibili all'interno della cavita' non hanno una distribuzione continua ma possono assumere solo valori discreti → emissione o assorbimento della radiazione elettromagnetica: la quantità di energia scambiata è legata alla frequenza ν della radiazione dalla relazione

$$E = h\nu \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34}$$

- L'energia della radiazione e.m. non è distribuita con continuità nello spazio, ma è raccolta in quanti detti **fotoni**

Atomo di Bohr (1913) modello quantistico

- Introduce 2 postulati che non hanno riscontro in meccanica classica
 1. Gli elettroni ruotano su orbite circolari attorno al nucleo - solo le orbite per cui $L = mvR = nh/2$ sono permesse
 2. Fino a che l'elettrone rimane su un'orbita permessa **l'atomo non irraggia** onde elettromagnetiche (stato stazionario)
- L'energia, sotto forma di radiazione elettromagnetica, è emessa o assorbita solo per transizioni da uno stato stazionario ad un altro
- La frequenza della radiazione emessa o assorbita soddisfa alla relazione

$$h\nu = |E_i - E_f|$$

- **H. Hertz (1887)**: l'intensità della scintilla tra due elettrodi aumenta quando vengono esposti a radiazione ultravioletta
- **W. Hallwachs (1888)**: una lamina di Zn pulita acquista carica elettrica positiva quando viene esposta all'ultravioletto
- **Lenard (1902)** : illuminando con luce visibile la superficie di alcuni tipi di metalli si può manifestare emissione di elettroni dalla superficie stessa
- Possibile spiegazione comune di questi fenomeni : **l'inerazione radiazione-materia e' in grado, sotto determinate condizioni, di causare emissione di elettroni**

1. esiste una frequenza di **soglia** ν_0 (detta soglia fotoelettrica), dipendente dal tipo di metallo, al di sotto della quale non si osserva emissione
2. l'energia cinetica degli elettroni emessi è **indipendente dall'intensità** della radiazione incidente
3. Il n° di elettroni emessi (la corrente fotoelettrica) aumenta con l'intensità della radiazione
4. L'energia del singolo fotoelettrone aumenta al crescere della frequenza della radiazione incidente
5. l'emissione dei fotoelettroni e' istantanea per ogni valore dell'intensita' della radiazione purché $\nu > \nu_0$
6. definendo un potenziale d'arresto V_0 (stopping potential) per cui $E_{\text{cin}}^{\text{max}} = eV_0$, V_0 e' indipendente dall'intensita' I e cresce linearmente con la frequenza della radiazione incidente

- Classicamente la radiazione e' costituita da un campo elettrico $E(r,t)$, con $I \sim E^2$
- In presenza di un campo elettrico gli elettroni sono soggetti ad una forza $F = eE$ e quindi acquistano energia cinetica

Quindi classicamente ci si aspetta:

1. l'esistenza di una **intensita' di soglia**, cioe' di una intensita' minima al di sotto della quale l'effetto non avviene, almeno in intervalli di tempo ragionevoli (in contrasto con il punto 1.)
2. che l'emissione avvenga quando un elettrone nel metallo ha assorbito abbastanza energia dalla radiazione incidente sul catodo da vincere il potenziale di estrazione → **l'emissione non e' istantanea** e avviene dopo un intervallo di tempo dall'arrivo della radiazione incidente tanto maggiore quanto piu' debole e' I (in contrasto con il punto 5.)

3. che il **numero di elettroni emessi** nell'unita di tempo aumenti al crescere dell'intensita' I della radiazione incidente (in accordo con il punto 4.)
 4. che $E_{\text{cin}}^{\text{max}} = eV_0$, e di conseguenza **il potenziale d'arresto V_0** dipenda da I (in contrasto con il punto 2.)
- ⊙ Tre delle caratteristiche principali dell'effetto fotoelettrico non sono spiegabili con la fisica classica

La teoria classica della radiazione puo' spiegare tale effetto, ma non e' in accordo con le sue caratteristiche fenomenologiche

interpretazione quantistica - Einstein 1905

- Una radiazione e.m. di frequenza trasporta **pacchetti di energia** $E = h\nu$ detti **fotoni**
- L'intensità della radiazione è data dal numero n di pacchetti trasportati
- Nell'effetto fotoelettrico un fotone è completamente assorbito da un elettrone, che aumenta la propria energia di $h\nu$
- L'energia cinetica degli elettroni emessi è $E_{kin} = h\nu - W$
 - W = energia necessaria per estrarre un elettrone dal materiale
 - $h\nu$ = energia fornita al materiale dalla radiazione

Planck: comportamento di questo tipo solo per energia elettromagnetica in una cavità, i.e. per onde stazionarie

Einstein: non c'è contraddizione tra l'ipotesi dei fotoni e il comportamento ondulatorio
- alcuni fenomeni non possono essere descritti dalla fisica del continuo

- Se $h\nu < W \rightarrow$ non si ha energia sufficiente per estrarre gli elettroni dal materiale \rightarrow **soglia fotoelettrica**
- Un elettrone può ricevere energia solo da un quanto \rightarrow l'energia cinetica degli elettroni emessi non dipende dall'intensità della radiazione incidente
- Aumentando l'intensità della radiazione aumenta il n° di pacchetti di energia \rightarrow il n° di elettroni emessi aumenta con l'intensità
- $E_{kin} = h\nu - W \rightarrow$ l'energia del singolo elettrone aumenta al crescere della frequenza della radiazione incidente

L'effetto fotoelettrico fornisce una prova, indipendente dalla radiazione di corpo nero, che la radiazione elettromagnetica è costituita da quanti di energia $h\nu$

NOTA: Un fotone può essere assorbito solo se il suo quadrimpulso è conservato - un elettrone libero non può assorbire un fotone conservando simultaneamente energia ed impulso \rightarrow cruciale che gli elettroni siano parte di atomi

-
- ⊙ "Secondo le assunzioni qui considerate, nella propagazione di un raggio di luce emesso da una sorgente puntiforme, l'energia non è distribuita con continuità su volumi sempre crescenti, ma consiste di un numero finito di quanti di energia localizzati in punti dello spazio che si muovono senza dividersi, e possono essere assorbiti o generati solo come un tutto."
 - ⊙ "possiamo concludere che la radiazione monocromatica ... si comporta come se consistesse di quanti di luce mutuamente indipendenti di energia $h\nu$ "

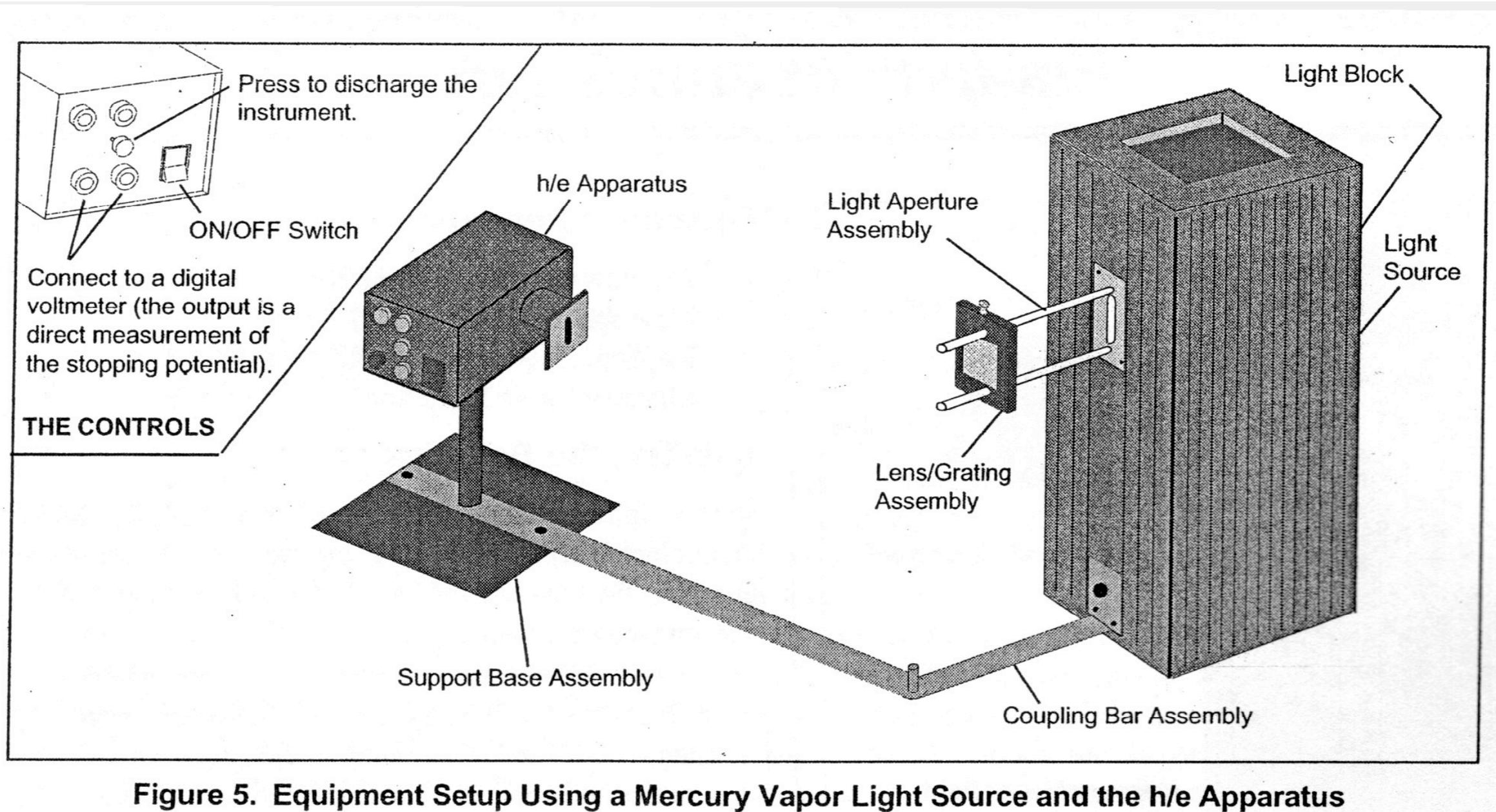
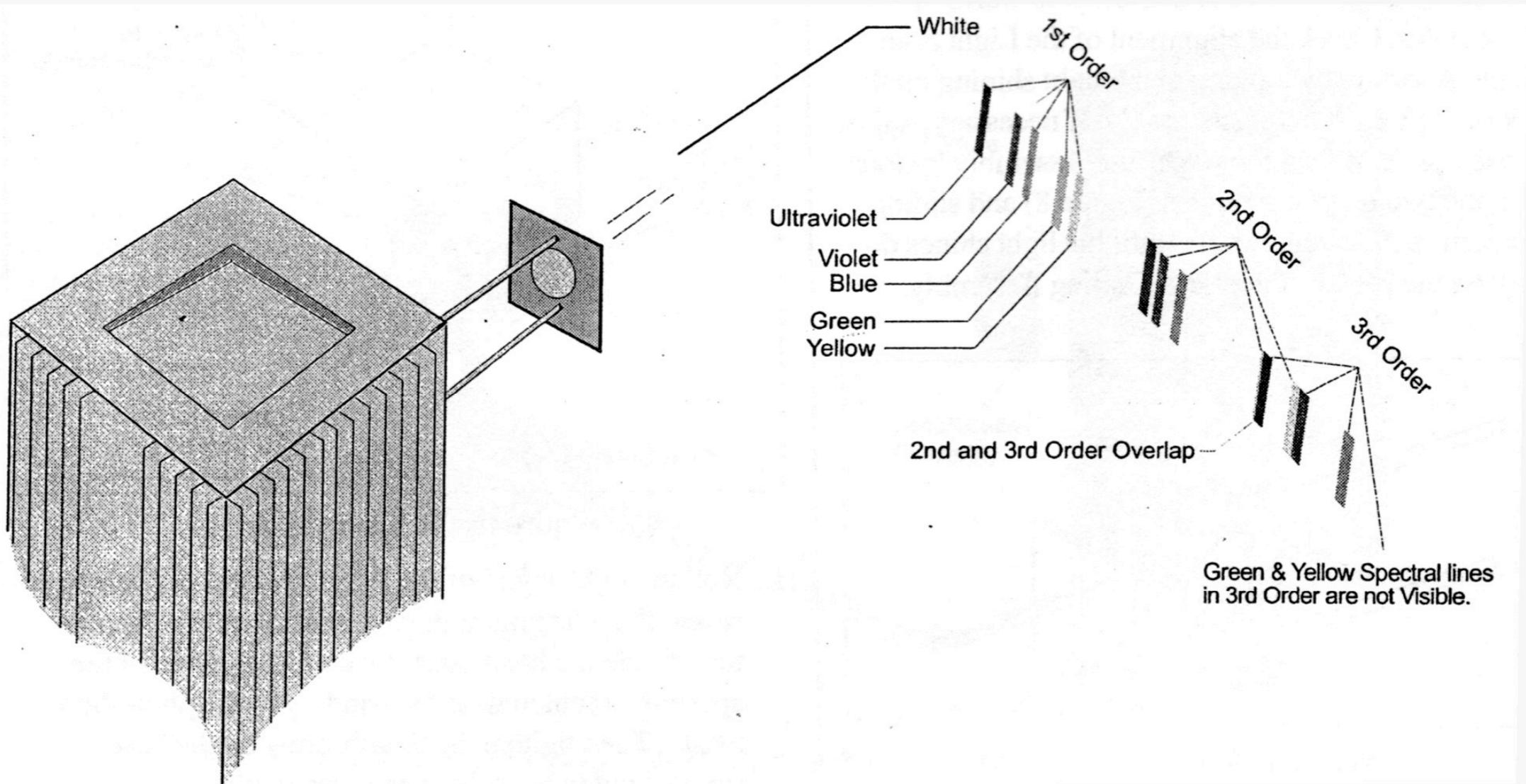
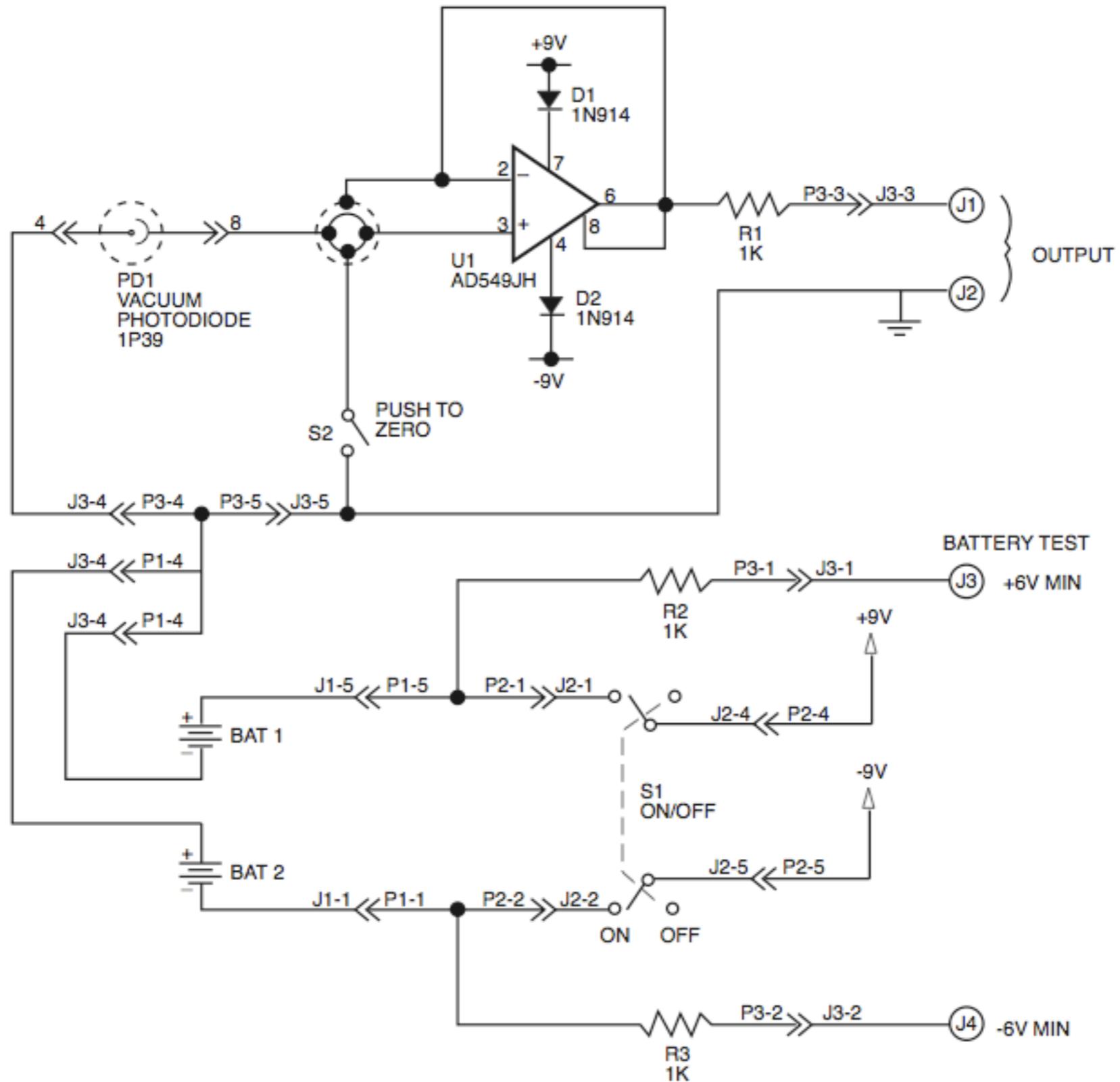


Figure 5. Equipment Setup Using a Mercury Vapor Light Source and the h/e Apparatus

apparato sperimentale



schema della testa fotoelettrica



- V_0 : potenziale di stopping, tensione elettrica necessaria per fermare il flusso di elettroni nella testa fotoelettrica

$$E_{kin} = h\nu - W \qquad E_{kin} = eV_0$$

$$V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}$$

- Selezionare diverse linee spettrali del mercurio e leggere V_0 in funzione della frequenza della radiazione incidente
- Valori tabulati da utilizzare nel corso dell'esperienza
 - $h=6.62610^{-34}$ Js
 - $e=1.60210^{-19}$ C
 - $h/e=4.13610^{-15}$ Js/C

- La massima energia cinetica dei fotoelettroni emessi, misurata tramite il potenziale di stopping
 - dipende dalla frequenza della luce incidente → parte A
 - e' indipendente dall'intensita' della radiazione → parte B
 - l'intensita' della radiazione e' connessa al numero di fotoelettroni emessi e quindi all'intensita' della corrente fotoelettrica → parte B
- Calcolare la costante di Planck h e il lavoro di estrazione W

tabella dati - parte A

Colore	λ [nm]	ν [Hz]	V [Volt]	ΔV [Volt]
Giallo	578.000			
Verde	546.074			
Blu	435.835			
Violetto	454.656			
UV	465.483			

tabelle dati - parte B

Colore 1

% Transmission	Stopping Potential	Charge Time
-----------------------	---------------------------	--------------------

100

80

60

40

20

Colore 2

% Transmission	Stopping Potential	Charge Time
-----------------------	---------------------------	--------------------

100

80

60

40

20

- Determinare la frequenza di ciascuna linea spettrale e costruire un diagramma del potenziale di arresto in funzione della frequenza
- Determinare il coefficiente angolare della retta e l'intercetta con l'asse y. Interpretare i risultati in termini di h/e e W/e , calcolare h e W , usando il valore tabulato di e
- Verificare che alterando l'intensità della radiazione incidente (mediante un filtro a trasmissione variabile, per esempio) non viene modificato il valore del potenziale di stopping, V_0
- Discutere i risultati utilizzando l'interpretazione basata sul modello quantistico della luce

- Abbiamo una serie di N dati (x,y) (N = 5 nel nostro caso)
- Ci aspettiamo che il potenziale V_0 abbia un andamento di tipo lineare in funzione della frequenza, del tipo $y = \mathbf{m}x + \mathbf{q}$
- **metodo dei minimi quadrati** per trovare l'equazione della retta che meglio approssima i dati (con il loro errore)
- **Peso** da assegnare ai singoli punti sperimentali

al punto $(x_i, y_i \pm \sigma_i)$ si associa un peso $p_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N 1/\sigma_i^2}$

- se gli errori sono uguali, i dati hanno lo stesso peso statistico $p = 1/N$

- Dalla teoria si ricava che la retta che meglio approssima i dati e':

$$y = a\xi + b \text{ essendo } \xi \equiv x - \bar{x} \quad b = \bar{y}, \sigma_b = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2}}}, a = \frac{\bar{\xi}y}{\bar{\xi}^2}, \sigma_a = \frac{\sigma_b}{\sqrt{\bar{\xi}^2}}$$

- In termini dell'equazione in $x, y, y = mx + q$

$$m = a, \sigma_m = \sigma_a, q = b - a\bar{x}, \sigma_q = \sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_a^2 \bar{x}^2}$$

- Procedendo in modo sistematico:

1. aprire un foglio di calcolo Impress o un file ASCII su cui operare con gnuplot o equivalenti

2. inserire i dati per x e y in due colonne

3. calcolare $\bar{x} = \sum_{i=1}^N p_i x_i$ e $\bar{y} = \sum_{i=1}^N p_i y_i$

4. costruire la variabile $\xi_i \equiv x_i - \bar{x}$

5. calcolare $\bar{\xi}^2 = \sum_{i=1}^N p_i \xi_i^2$ e $\bar{\xi}y = \sum_{i=1}^N p_i (\xi_i y_i)$

6. ricavare i parametri della retta $b = \bar{y}, \sigma_b = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2}}}, a = \frac{\bar{\xi}y}{\bar{\xi}^2}, \sigma_a = \frac{\sigma_b}{\sqrt{\bar{\xi}^2}}$

7. da cui

$$m = a, \sigma_m = \sigma_a, q = b - a\bar{x}, \sigma_q = \sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_a^2 \bar{x}^2}$$

test del χ^2 a due code

- Abbiamo così determinato la retta che meglio approssima i dati, e gli errori sui parametri della retta
 - $a = h/e \rightarrow$ calcolare h usando il valore di e tabulato (trasp 17) e confrontare con il valore di h fornito nella trasp 17
- **test del χ^2 a due code:** fissato un certo intervallo di confidenza, verifichiamo che i dati siano correlati linearmente con i parametri sopra determinati
- costruiamo le ordinate teoriche $y_i^{teo} = a\xi_i + b$ e determiniamo gli scarti rispetto agli errori statistici $\frac{y_i^{teo} - y_i^{sperim}}{\sigma_i}$
- dagli scarti si calcola il **χ^2 sperimentale** $\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i^{teo} - y_i^{sperim}}{\sigma_i} \right)^2$
- il valore del χ^2 per CL = 95% e GDL = N-2 varia **teoricamente** tra un valore massimo e uno minimo $\rightarrow \chi_{sup}^2(0.95;3)$ e $\chi_{inf}^2(0.05;3)$ (ad esempio dalla Tabella D.3 in "Probabilità Statistica e Simulazione")
- il test è **positivo** se $\chi_{teo,inf}^2 < \chi^2 < \chi_{teo,sup}^2$



Colore	ν [Hz]	V [Volt]	ΔV [Volt]	p_i	$p_i X_i$	$p_i Y_i$
Giallo	5.19E+14	0.71	0.01	0.2	1.038E+14	0.142
Verde	5.49E+14	0.83	0.01	0.2	1.098E+14	0.166
Blu	6.88E+14	1.41	0.01	0.2	1.376E+14	0.282
Violetto	7.41E+14	1.62	0.01	0.2	1.482E+14	0.324
UV	8.20E+14	1.90	0.01	0.2	1.640E+14	0.380
$\bar{x}=6.634E+14$						$\bar{y}=1.294$

Colore	ξ_i	$p_i \xi_i^2$	$p_i(\xi_i Y_i)$	y_i^{teo}	scarti
Giallo	-1.444E+14	0.417E+28	-0.205E+14	0.716	0.6
Verde	-1.144E+14	0.262E+28	-0.190E+14	0.836	0.6
Blu	0.246E+14	0.012E+28	0.069E+14	1.392	-1.8
Violetto	0.776E+14	0.120E+28	0.251E+14	1.604	-1.6
UV	1.566E+14	0.490E+28	0.595E+14	1.921	2.1
$\bar{\xi}^2=1.302E+28$		$\bar{\xi y}=0.521E+14$			

$$m = a = \frac{\bar{\xi} \bar{y}}{\bar{\xi}^2} = \frac{0.521E + 14}{1.302E + 28} = 4.001E - 15$$

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_b}{\sqrt{\bar{\xi}^2}} = \frac{1}{\sqrt{\sum 1/\sigma_i^2}} = 1.239E - 16$$

$$q = b - a\bar{x} = \bar{y} - a\bar{x} = -1.360$$

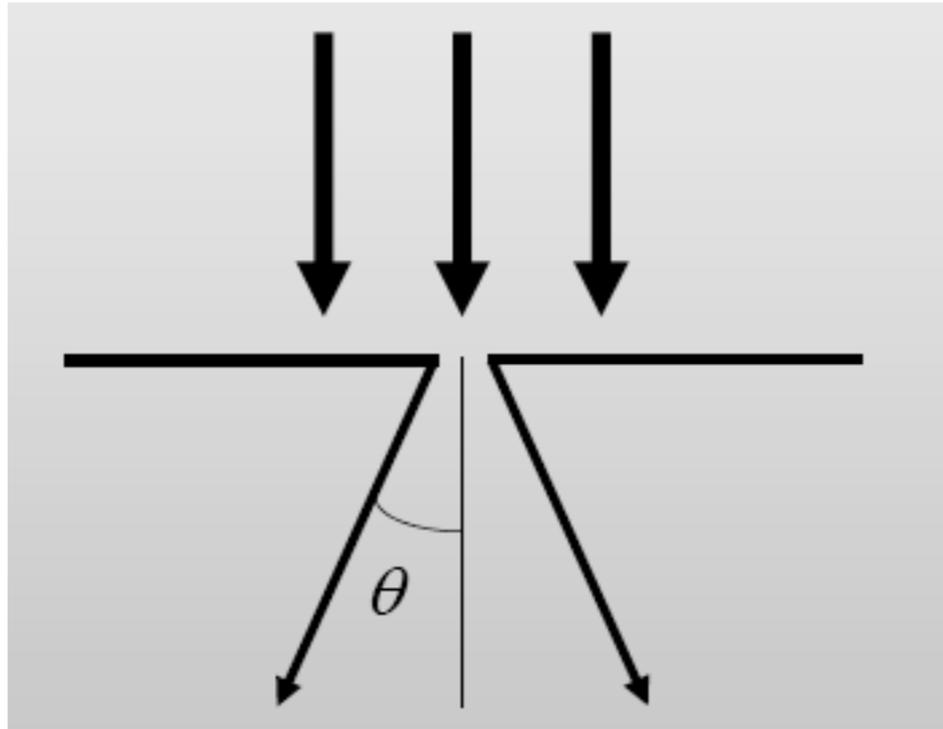
$$\sigma_q = \sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_a^2 \bar{x}^2} = 8.340E - 2$$

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^N \left(\frac{y_i^{teo} - y_i^{sperim}}{\sigma_i} \right)^2 = 10.930$$

$$\chi_{teo,inf}^2(0.95; 3) = 0.36$$

$$\chi_{teo,sup}^2(0.05; 3) = 7.83$$

reticolo di diffrazione



$$\lambda \approx \theta / a$$

- per differenti valori di λ , ho diversi angoli di diffrazione, per ciascun ordine \rightarrow scomposizione della luce incidente nelle componenti monocromatiche

