Corso di Misure Fisiche II

1 Temi d'esame del 25 febbraio 2002

1) X e Y sono due variabili casuali tali che:

$$X = U \ , \qquad Y = U^2 + V$$

dove U e V sono indipendenti e $U \sim U(0,1)$, $V \sim U(0,1)$.
Trovare la covarianza

$$\mathrm{Cov}[X,Y]$$

2) Una moneta viene lanciata 1000 volte. Trovare l'intero K tale che la probabilità di ottenere valori compresi tra 475 e K valga 0.5.

3) Un campione gaussiano di dimensione $N = 100$ ha media 20 e deviazione standard 5. Stimare la media vera con CL=98%

4) Da un'urna contenente biglie rosse e nere si sono estratte con reimmissione 40 palline nere e 20 rosse. Utilizzando l'approssimazione gaussiana, stimare la frazione di biglie nere con CL=90%.

5) 600 lanci di un dado hanno dato, per le 6 facce, le frequenze seguenti:

1	2	3	4	5	6
120	115	80	105	95	85

Si può affermare ad un livello del 5%, tramite il test χ^2, che il dado non è truccato?

6) I prodotti del decadimento radioattivo di un nucleo vengono rivelati da un contatore che registra il decadimento con probabilitá p. Supponendo che il valore atteso dei decadimenti sia μ, trovare la densità di probabilità $p(x;\mu,p)$ di contare x decadimenti.

2 Soluzioni

1) $\text{Cov}[X, Y] = 1/12$

2) $K = 503$

3) $\mu \in 20.00 \pm 1.16$

4) $p \in 0.67 \pm 0.10$

5) Dato che $\chi^2 = 13 > \chi^2_{0.95}(5) = 11.07$, il dado risulta truccato, perchè l'ipotesi contraria non supera il test al livello prescelto.

6)
$$p(x; \mu, p) = \mathrm{e}^{-\mu} \sum_{t=x}^{\infty} \frac{\mu^t}{x!(t-x)!} p^x (1-p)^{t-x}$$