Corso di Misure Fisiche II

0.1 Temi d'esame del 1 febbraio 2005

1) Un sistema si compone di 10 pezzi in serie, ognuno con probabilità di guasto do 0.2 entro il tempo considerato. Calcolare la probabilità di guasto del sistema.

2) Un'officina produce alla settimana 50 pezzi con una varianza di 49 pezzi. Applicando la disuguaglianza di Tchebychev, come si può valutare la probabilità di produrre in una settimana tra 40 e 60 pezzi?

3) Un campione del tempo di vita di 100 lampadine ha una media di 5000 ore ed una deviazione standard di 125 ore. Trovare l'intervallo di confidenza al 95% per media e deviazione standard.

4) Per stabilire se un nuovo tipo di cemento ha maggiori doti di resistenza, i carichi di rottura in tonnellate di un campione di 5 travi col nuovo cemento vengono confrontati coi valori di un campione di 10 vecchie travi. I valori delle medie e delle varianze dei due campioni sono:
campione nuovo: media $m = 14.3$ tonnellate, varianza $s^2 = 2.5$
campione vecchio: media $m = 12.3$ tonnellate, varianza $s^2 = 2.8$
Dire se il nuovo cemento è migliore ad un livello del test del 2% e spiegare il siginificato statistico del risultato.

5) La distribuzione di 2984 intertempi in un processo di conteggio poissoniano è la seguente

intervallo di tempo(s)	$0-2$	$2-4$	$4-6$	$6-8$	$8-10$
prove	1898	715	261	86	24

Verificare se i dati sono in accordo con un intertempo medio di 2 s.

0.2 Soluzioni

1) Probabilità di guasto$= 1 - (1-p)^n = 0.89$.

2) $P\{|X - 50| < 1.43\,\sigma\} > 1 - 1/1.43^2 = 0.51$.

3) $\mu = 5000 \pm 24$, $110 < \sigma < 145$.

4)
$$\frac{14.3 - 12.39}{\sqrt{0.707^2 + 0.529^2}} = 2.27$$
Eseguendo il test ad una coda si trova un livello di significatività di circa 1.1%. Il test è superato: il nuovo cemento è migliore del vecchio, con una probabilità di sbagliare $< 2\%$.

5) Trascurando la piccola percentuale di eventi con intertempi maggiori di 10 s, il numero di eventi teorico nell'intervallo (t_1, t_2) si calcola con la formula:
$$N(t_1, t_2) = N \int_{t_1}^{t_2} \lambda \exp(-\lambda t)\, \mathrm{d}t = N(\mathrm{e}^{-\lambda t_1} - \mathrm{e}^{-\lambda t_2}) \ ,$$
dove $N = 2984$ e $\lambda = 0.5$.
Si ottiene il seguente χ^2:
$$\begin{aligned} \chi^2 \ = \ & \frac{(1898 - 1886)^2}{1886} + \frac{(715 - 693)^2}{693} + \\ & \frac{(261 - 255)^2}{255} + \frac{(86 - 94)^2}{94} + \frac{(24 - 35)^2}{35} = 5.054 \ . \end{aligned}$$
Il χ^2 ridotto, con 4 gradi di libertà, vale 1.263, con un livello di significatività di circa ol 30%. I dati sono in accordo con la distribuzione esponenziale.