Meccanica 29 Aprile 2013

Problema 1 (1 punto)

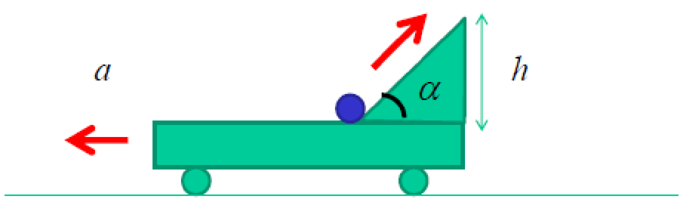
Un proiettile di massa m= 50 g, sparato con velocità di modulo v_0=300 m/s, penetra in un mezzo viscoso nel quale risente di una forza frenante. Dopo che il proiettile ha percorso una distanza d= 10 m, la sua velocità è ridotta del 10%. Si calcoli, trascurando l'effetto della forza peso, il lavoro L fatto dal mezzo sul proiettile nel tratto d.

Soluzione

Dal teorema dell'energia cinetica si ha:

L=(1/2)mv^2 –(1/2) mv_o^2 = 1/2mv_o^2(81-100)/100 = - 427.5 J.

Problema 2 (2 punti)



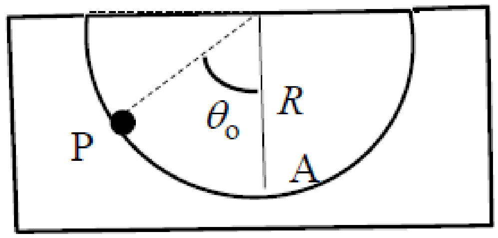
Una pallina, soggetta alla forza peso, si trova ferma alla base di un piano inclinato di un angolo $\alpha=\pi/4$ rad rispetto all'orizzontale e di altezza h= 1.1 m, montato sopra un carrello come mostrato in figura. Il carrello viene mosso con accelerazione costante a=15 m/s^2. La pallina può scivolare senza attrito sul piano.

1) Si determini il tempo t impiegato dalla pallina a raggiungere la sommità del piano inclinato
2) Per quale valore di a la pallina non sale sul piano?

Soluzione

1) Lungo il piano inclinato si ha:
$$a_R = -g\sin\alpha + a\cos\alpha\ , \quad v = (-g\sin\alpha + a\cos\alpha)t\,,$$
$$x = \frac{1}{2}(-g\sin\alpha + a\cos\alpha)t^2 = \frac{h}{\sin\alpha} \quad\rightarrow\quad t = \sqrt{\frac{2h}{\sin\alpha}\,\frac{1}{(a\cos\alpha - g\sin\alpha)}} = 0.92\ s$$
2) La pallina non sale se $a\cos\alpha \le g\sin\alpha$, cioè se $a \le g\tan\alpha$, in questo caso $a \le g = 9.81\ m/s^2$

Problema 3(2 punti) Un corpo di massa m= 5 kg si muove all'interno di una superficie sferica scabra di centro O e di raggio R=1 m. Sia A il punto più basso della superficie. Il corpo, sotto l'azione di una forza tangente alla superficie sferica di intensità opportuna, scivola con attrito dinamico (coefficiente μ_d=0.2) con velocità di modulo costante v=2 m/s secondo la linea di massima pendenza partendo dalla posizione P. L'angolo di partenza vale θ_0=30°.
Si calcoli il lavoro L compiuto dalla forza di attrito lungo l'arco PA.



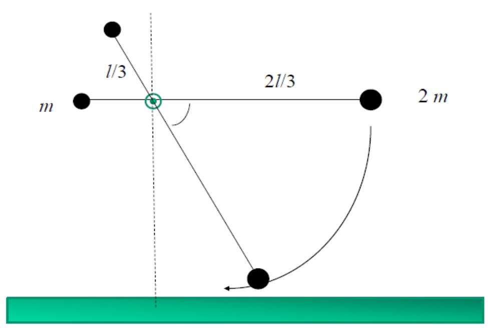
Soluzione
L'equazione del moto, lungo la normale alla traiettoria, si scrive come:

$$F - mg\cos\vartheta = \frac{mv^2}{R}$$

Dove F è la reazione vincolare della superficie, diretta verso il centro.
Il lavoro della forza di attrito è dato pertanto da:

$$L = \int_{s=R\vartheta_0}^{0} \mu_d\, F ds = -\int_{0}^{\vartheta_0} \mu_d\, F\, Rd\vartheta = -\,\mu_d\, m(\vartheta_0 v^2 + gR\sin\vartheta_0) = \,-7\,J$$

Problema 4 (2 punti)



Due sfere di massa m_1=m ed m_2=2m sono fissate alle due estremità di un'asta di lunghezza l=80 cm e massa trascurabile. L'asta è incernierata, in un punto distante l/3 dalla sfera di massa m_1, ad un asse orizzontale perpendicolare all'asta, intorno al quale può ruotare senza attrito. L'asta, lasciata libera con velocità nulla nella posizione orizzontale, sotto l'azione della forza peso ruota intorno all'asse di sospensione.
Si calcolino i moduli v_1 e v_2 delle velocità delle sfere all'istante in cui l'asta passa per la posizione verticale.

Soluzione

Assumendo la quota più bassa (verde in figura) come linea di potenziale zero, la conservazione dell'energia fornisce l'equazione:

$$3mg\frac{2}{3}l = \frac{1}{2}I\omega^2 + mgl.$$

Il momento di inerzia vale: $I = 2m\frac{4}{9}l^2 + m\frac{1}{9}l^2 = ml^2$, per cui si ha:

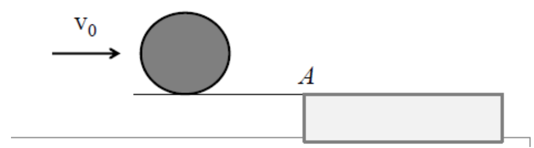
$$2mgl = \frac{1}{2}ml^2 + mgl \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{(2g/l)}\,,$$

$$v_1 = \omega\frac{l}{3} = \sqrt{2gl/9} = 1.32\,\frac{m}{s},\;\; v_2 = 2v_1 = 2.64\,\frac{m}{s}.$$

Problema 5 (3 punti)

Un cilindro rigido omogeneo di massa m=2 kg e raggio R=0.1 m scivola senza ruotare con velocità v_0 = 6 m/s su un piano orizzontale perfettamente liscio. All'istante t=0 il cilindro raggiunge il punto A, in cui il piano diviene improvvisamente ruvido, e tra cilindro e piano si sviluppa un forza di attrito con coefficiente di attrito dinamico μ_d=0.4.

Si determini lo spazio percorso dal cilindro a partire dal punto A prima che il suo moto diventi di puro rotolamento. (*Momento di inerzia del cilindro rispetto all'asse* $I=mR^2/2$).



Soluzione

Dalle equazioni cardinali:

$ma = -\mu mg, \qquad I\alpha = \mu mgR \quad \rightarrow \quad \alpha = \mu mgR/I = 2\mu g/R, \quad a = -\mu g$.

Condizione di puro rotolamento: $v_{cm} = \omega R, \quad a_{cm} = \alpha R$.

Da cui:

$$v_{cm} = v_0 - \mu gt = \omega R, \quad \omega = \frac{2\mu g}{R}t$$

$$v_{cm} = v_0 - \mu gt = 2\mu gt \quad \rightarrow \quad t = \frac{v_0}{3\mu g} = 0.51\,s$$

Spazio percorso:

$$s = v_0 t - \frac{\mu g}{2}t^2 = 2.55\,m\,.$$

Risultati

	Matricola	Votazione
1)	412009	1/10
2)	412451	--
3)	407891	2/10
4)	399503	2/10
5)	409068	1/10
6)	409830	1.5/10
7)	410230	2/10
8)	412921	--
9)	410132	--
10)	406515	1/10
11)	411407	1/10
12)	412153	6/10
13)	412109	7/10
14)	409521	7/10
15)	410032	8/10
16)	408266	7/10
17)	408474	5/10
18)	409161	4/10
19)	409612	9/10
20)	409370	2.5/10
21)	408725	4/10
22)	408074	5/10
23)	399400	2.5/10
24)	410148	6/10
25)	408969	3/10
26)	409142	4/10
27)	409975	4/10
28)	408298	6/10
29)	409005	4/10
30)	409793	3/10
31)	412193	5/10
32)	409679	4/10
33)	409215	3/10
34)	412190	3/10
35)	412235	5/10
36)	411375	4/10