Meccanica 17 Gennaio 2013

Problema 1 (1 punto)

Una massa puntiforme m_1= 1 kg è libera di muoversi lungo l'asse orizzontale x, soggetta alla sola forza di attrito radente di coefficiente μ=0.7. All'istante t=0, m_1 transita per x=0 con velocità v_0=5 m/s. Si determini:

a) La distanza d di arresto;
b) Il tempo di passaggio in $x=d/2$.

Soluzione:

Decelerazione**:** μg = 6.87 m/s^2 .

Tempo di arresto: v=0 = v_0-μgt -> t_0=$v_0/(\mu g)$=0.72 s.

Distanza di arresto: d = $v_0\, t_0 - ½\, \mu g t_{0=}$ 1.82 m .

Tempo di passaggio t in d/2: d/2= $v_0 t - ½\, \mu g t^2$ da cui

$$t = \frac{\mathrm{v}_0 - \sqrt{\mathrm{v}_0^2 - \mu g d}}{\mu g} = 0.21\ s$$

Vale il segno – nella disequazione perché per d=0 si ha t=0.

Problema 2 (1 punto)

Un corpo di massa M giace su un carrello mobile, rispetto al quale ha coefficiente di attrito statico μ=0.7.

Determinate il valore dell'accelerazione a del carrello a partire dal quale ha inizio lo slittamento della cassa.

Soluzione

$$a \geq \mu g = 6.86\ \mathrm{m/s^2}$$

Problema 3 (2 punti)

Un secchio pieno d'acqua di massa complessiva m_0 viene portato da un pozzo nel mezzo di un cortile fino alla cima di una torre alta h. Essendo però bucato, quando arriva sulla torre contiene solo metà dell'acqua che conteneva inizialmente. Supponendo che la velocità v di salita sulla torre e la perdita in massa dm/dt del secchio siano costanti, e che il peso del secchio vuoto possa essere trascurato, determinare il lavoro compiuto esprimendolo in joule.

[m_0 = 3,78 kg; h = 50 m]

Soluzione:

Il lavoro e' dato da:

$$W = \int_0^h F dx = \int_0^h g m(x) dx$$

Bisogna quindi trovare *m(x)*. Sappiamo che $\frac{dm}{dx} = \frac{dm}{dt}\frac{dt}{dx} = \frac{dm}{dt}\frac{1}{v}$ = costante. Quindi *m(x)* e' lineare. Inoltre, $m(0) = m_0$ ed $m(h) = ½\, m_0$. Per cui:

$$m(x) = m_0(1 - \frac{x}{2h})$$

Calcolando quindi l'integrale si ottiene: $W = m_0 g \frac{3}{4} h = \mathbf{1389.2\ J.}$

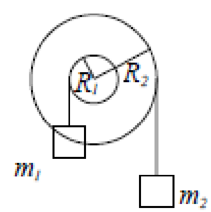
Problema 4 (3punti) :

Due corpi sono appesi mediante fili ideali a due pulegge solidali fra loro e girevoli attorno ad un
asse comune, come illustrato in figura. Il momento d'inerzia complessivo è I ed i raggi dei dischi sono R_1 ed R_2. I fili non slittano.

a) Nota m_1, si trovi m_2 tale che il sistema sia in equilibrio.

b) Posta una massa m_3 sopra m_1, si trovino l'accelerazione angolare dei dischi e le tensioni dei fili.

[m_1 = 24 kg; m_3 = 12 kg; R_1 = 1,2 m; R_2 = 0,4 m; I = 40 kgm^2]



Soluzione

a) La condizione di equilibrio è: $m_1 g R_1 = m_2 g R_2$, da cui:

$$m_2 = m_1 \frac{R_1}{R_2} = \mathbf{72Kg}$$

b) Le equazioni del moto del sistema dopo l'aggiunta di m_3 sopra m_1, sono:

$$\begin{cases} (m_1+m_3)g - T_1 = (m_1+m_3)a_1 \\ T_2 - m_2 g = m_2 a_2 \\ R_1 T_1 - R_2 T_2 = I\alpha \\ \alpha = \dfrac{a_1}{R_1} = \dfrac{a_2}{R_2} \end{cases}$$

cioè, eliminando le accelerazioni lineari:

$$\begin{cases} T_1 + (m_1+m_3)R_1\alpha = (m_1+m_3)g \\ T_2 - m_2 R_2 \alpha = m_2 g \\ R_1 T_1 - R_2 T_2 - I\alpha = 0 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema, si trova:

$$\begin{cases} T_1 = \dfrac{(m_1+m_3)(m_2 R_2^2 + m_2 R_2 R_1 + I)}{(m_1+m_3)R_1^2 + m_2 R_2^2 + I} g = 294\,\text{N} \\ T_2 = \dfrac{(m_1+m_3)(R_1 R_2 + R_1^2) + I}{(m_1+m_3)R_1^2 + m_2 R_2^2 + I} m_2 g = 745\,\text{N} \\ \alpha = \dfrac{(m_1+m_3)R_1 - m_2 R_2}{(m_1+m_3)R_1^2 + m_2 R_2^2 + I} g = 1{,}4\,\text{rad/s}^2 \end{cases}$$

Problema 5 (3 punti)

Un proiettile di massa m = 3 kg viene sparato dal suolo verso l'alto in direzione verticale col modulo della velocità V=20 m/s. Dopo un tempo t = 1 s proiettile viene spezzato da una piccola carica di esplosivo in due frammenti di masse $m_1=2m/3$ ed $m_2=m/3$ che, rispetto ad un sistema solidale col centro di massa del proiettile, vengono emessi parallelamente al suolo. Per un osservatore solidale al suolo l'energia liberata nell'esplosione e acquistata dai due frammenti è E = 300 J. Si calcolino le componenti x e y delle velocità v_1 e v_2 dei due frammenti al momento dell'esplosione.

Soluzione

Velocità al momento dell'esplosione (t=1 s): $v=V-gt$= 10 m/s.

Dalla conservazione della quantità di moto:

$v_{1y} = v_{2y} = v$= 10 m/s, $v_{2x}=- m_1 v_{1x}/m_2 = -2 v_{1x}$.

Dalla conservazione dell'energia

$E = ½ m_1 v_1^2 + 1/2 m_2 v_2^2 - ½ m v^2 = 300$ J si ricava

$$v_{1x} = \sqrt{\frac{2E}{m_1 + 4m_2}} = 10\ m/s$$

e quindi v_{2x}= - 20 m/s.

Risultati

Matricola	Voto
402509	2.8/10
402448	2,2/10
399503	2,5/10
Xxxxx	5,7/10