

Un quark a riposo con elicità  $\pm 1/2$  lungo l'asse  $\hat{z}$  è descritto dallo spinore a due componenti  $\chi^{\uparrow/\downarrow}$ . Se viene boostato lungo l'asse  $\hat{z}$  ad un momento  $p_z$ , il suo stato viene descritto dallo spinore a 4 componenti

$$|q^{\uparrow/\downarrow}\rangle = \begin{vmatrix} \chi^{\uparrow/\downarrow} \\ \frac{p_z}{E+m} \chi^{\uparrow/\downarrow} \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Abbiamo visto che se rappresentiamo l'assorbimento di un fotone virtuale  $\gamma^*$  su questo quark come l'azione di un operatore di momento angolare  $L_z = \pm 1$  sullo stato  $|q^{\uparrow/\downarrow}\rangle$ , e se l'operatore è rappresentato da

$$\gamma_{\pm 1}^* = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{\pm} \\ -\sigma_{\pm} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

allora le configurazioni possibili sono  $\gamma_{-1}^* |q^{\uparrow}\rangle$  e  $\gamma_1^* |q^{\downarrow}\rangle$ .

Se ora consideriamo un nucleone con elicità  $+1/2$  lungo lo stesso asse, possiamo rappresentare questa misura come il risultato del valor medio dell'operatore di spin sugli stati di  $|N^{\uparrow}\rangle$  descritti nello schema SU(6). Trascurando il contributo del mare di Dirac (antipartoni e altri flavor non di valenza), allora possiamo dire che

$$\begin{aligned} 1 &= \langle N^{\uparrow} | 2\hat{S}_z | N^{\uparrow} \rangle \equiv \langle N^{\uparrow} | \sigma_z | N^{\uparrow} \rangle \\ &= \int_0^1 dx \left[ u^{\uparrow}(x) - u^{\downarrow}(x) + d^{\uparrow}(x) - d^{\downarrow}(x) \right] \\ &= \Delta u + \Delta d. \end{aligned} \quad (3)$$

In altre parole, se i quark sono collineari al nucleone, il suo spin (= valor medio della proiezione dell'operatore di spin lungo l'asse di quantizzazione) è dato dalla somma delle elicità dei suoi quark costituenti.

E' facile verificare che se introduciamo l'isospin nell'elemento di matrice otteniamo per un protone con spin  $+1/2$

$$\langle p^{\uparrow} | (2\hat{I}_3) \hat{\sigma}_z | p^{\uparrow} \rangle = \Delta u - \Delta d. \quad (4)$$

La stessa struttura emerge dal calcolo della componente  $z$  della corrente assiale  $\bar{\psi} \gamma_3 \gamma_5 \psi$ , dove si deve sostituire per  $\psi$  lo spinore a 4 componenti di Eq. (1). Quindi il rapporto tra corrente vettoriale ed assiale, rappresentato dal rapporto dei couplings  $g_A/g_V$ , è legato al valor medio dell'operatore di spin-isospin di Eq. (4) e possiamo ottenere

$$\frac{g_A}{g_V} = \langle p^{\uparrow} | (2\hat{I}_3) \hat{\sigma}_z | p^{\uparrow} \rangle = \Delta u - \Delta d \equiv \langle 2\hat{S}_z \rangle (\Delta u - \Delta d). \quad (5)$$