

Riassunto lezione precedente

- G-parità e lo spettro mesonico secondo $SU(3) \otimes SU(2)=SU(6)$
- $SU(6)$ e lo spettro barionico; stato fondamentale 56_S a $P=+$ e l'ottetto a $S=1/2$ e decupletto a $S=3/2$
- moto orbitale dei quark; simmetria $SU(6) \otimes O(3)$; potenziale di oscillatore armonico e multipletti 56_S^+ , 70_M^- , 56_S^+ , ...
- $SU(6) \otimes O(3)$ e spettro mesonico; classificazione J^{PC}

Applicazioni: carica e momento magnetico del nucleone

il nucleone sta in $56_S = 10_S \otimes 4_S \oplus 8_{M_S} \otimes 2_{M_S}$ ed appartiene a $8_{M_S} \otimes 2_{M_S}$ quindi la sua funzione d'onda SU(6) è del tipo

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|X\rangle_{M_S} |\varphi\rangle_{M_S} + |X\rangle_{M_A} |\varphi\rangle_{M_A}) \quad (\text{vedi slide 5 - lez.3} \\ \text{con } |X\rangle_{M_S/A} \quad \text{da slide 12 - lez.2} \\ |\varphi\rangle_{M_S/A} \quad \text{da slide 10 - lez.2})$$

carica

$$e_N = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow | e_i | \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$



momento magnetico

$$\mu_N = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow | \mu e_i \sigma_{3i} | \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} = \begin{vmatrix} \mu \\ -\frac{2}{3}\mu \end{vmatrix}$$



$$\frac{\mu_p}{\mu_n} = -\frac{3}{2} = -1.5 \leftrightarrow -\frac{2.79}{1.91} \approx -1.4607$$

Applicazioni: transizioni $V_{\text{meson}} \rightarrow P_{\text{meson}} + \gamma$

funz. d'onda SU(6) di mesone vettoriale V : $|\chi\rangle_A |\phi\rangle_S$
 di mesone pseudoscalare P : $|\chi\rangle_S |\phi\rangle_A$

ampiezza di transizione $A(V \rightarrow P\gamma) = \langle \chi_A \phi_S | \sum_{i=1}^2 e_i \mu_i \sigma_i \cdot \varepsilon | \chi_S \phi_A \rangle$

$\varepsilon =$ vettore di polarizzazione di γ
 $= -\frac{1}{\sqrt{2}}(1, i, 0)$

evidenza sperimentale per
 nonetto vettore isoscalare
 suggerisce combinazione
 di stati $(8, 1)$, $(1, 1)$:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_8 = \frac{1}{\sqrt{2}}(s\bar{s} - \bar{s}s)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_8 = \frac{1}{2}(u\bar{u} + d\bar{d} - \bar{u}u - \bar{d}d)$$



$$A(\omega_{J_z=\pm 1} \rightarrow \pi^0 \gamma) = \mp \mu$$

$$\text{exp} \propto \sum_{\text{spins}} |A|^2 = \frac{2}{3}\mu^2$$

$\mu = \mu_u = \mu_d$
 compatibile con $\mu \equiv \mu_p$, quindi
ipotesi di pure mixing $\phi(s\bar{s})$, $\omega(u\bar{u}+d\bar{d})$
**per mesoni vettori ha riscontro
 sperimentale**



$$\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{P} + \boldsymbol{\gamma}$$

$$A(\phi \rightarrow \pi\gamma) = 0$$


$$\text{exp : } \frac{\Gamma(\phi \rightarrow \pi\gamma)}{\Gamma(\omega \rightarrow \pi\gamma)} \approx 0.6\%$$



$$\frac{A(\rho \rightarrow \pi\gamma)}{A(\omega \rightarrow \pi\gamma)} = -\frac{1}{3} \implies \Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^0\gamma) = \frac{1}{9}\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)$$



$$\frac{A(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{A(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} = \frac{\mu_s + \mu}{\mu_s - 2\mu}$$



$\mu_s = \mu$
 $\mu_s \approx \frac{3}{5}\mu$
 $\mu_s = 0$

$\frac{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} = 4$
 $\frac{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} = \frac{1}{4}$

SU(3)_f esatta

exp : $\frac{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} \approx 1.3$

max rottura SU(3)_f

nonetto pseudoscalare isoscalare
in termini di stati $(\mathbf{8}, \mathbf{1})$, $(\mathbf{1}, \mathbf{1})$:
 $\eta = \cos\theta \eta_8 + \sin\theta \eta_1$

$$A(\omega \rightarrow \eta\gamma) = \frac{\mu}{3\sqrt{3}}(\cos\theta + \sqrt{2}\sin\theta)$$



$$A(\phi \rightarrow \eta\gamma) = \frac{2\mu_s}{3\sqrt{3}}(\sqrt{2}\cos\theta - \sin\theta)$$

$$A(\rho \rightarrow \eta\gamma) = \frac{\mu}{\sqrt{3}}(\cos\theta + \sqrt{2}\sin\theta)$$

$$\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{P} + \gamma$$

mesone vettore ha stessi n. quantici di γ , che quindi “contiene” una componente di quarkonio a spin 1; l’ampiezza di transizione $q\bar{q} \leftrightarrow \gamma$ è non nulla. Quindi $V_\gamma = \sqrt{3/2} (\frac{2}{3} u\bar{u} - \frac{1}{3} d\bar{d} - \frac{1}{3} s\bar{s}) \approx \gamma$ e calcolando $A(V_\gamma \rightarrow P + \gamma)$ si può dedurre $A(P \rightarrow \gamma\gamma)$.

$$A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = -\frac{\mu}{\sqrt{6}}$$

$$A(\eta_8 \rightarrow \gamma\gamma) = -\frac{1}{\sqrt{3}} A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$$

$$A(\eta_1 \rightarrow \gamma\gamma) = -2\sqrt{\frac{2}{3}} A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$$

quindi

$$\frac{A(\eta \rightarrow \gamma\gamma)}{A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (\cos \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta)$$

$$\frac{\Gamma(\eta \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)} = \left(\frac{m_\eta}{m_\pi}\right)^3 \frac{1}{3} (\cos \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta)^2$$

$$\text{exp. : } \theta \approx 15^\circ \Rightarrow \eta \approx \eta_8 (+ \dots)$$



spettro di massa e “pure mixing”

mesoni vettori

stato come combinazione di flavors q, q', \dots : $|q, q', \dots\rangle$

$$m_V = \langle q, q', \dots | \mathcal{H} | q, q', \dots \rangle = M_1 + m(q) + m(q') + \dots$$

dove

M_1 = contributo comune legato a struttura ${}^{2S+1}L_J = {}^3S_1$

risulta $2 m(K^{*0}) \approx m(\omega) + m(\phi)$

$$m(\phi) - m(K^{*0}) = m(K^{*0}) - m(\omega) = |m(u) - m(s)| \sim 130 \text{ MeV}$$

$$m(\omega) \approx m(\rho^0)$$

cioè “pure mixing” $\phi = \{s\bar{s}\}$, $\omega = \{uu + dd\}$ compatibile con i dati



mesoni pseudoscalari

M_0 = contributo da struttura ${}^{2S+1}L_J = {}^1S_0$

formula Gell-Mann—Okubo

$$4 m(K^+) - m(\pi^+) = 3 m(\eta_8) \sim 3 \times 620$$

$$+ \begin{cases} \eta = \cos\theta \eta_8 + \sin\theta \eta_1 \\ \eta' = -\sin\theta \eta_8 + \cos\theta \eta_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{tg}^2\theta \approx 0.2$$

$$2 m(K^0) \neq m(\eta) + m(\eta') \quad \text{no “pure mixing”}$$

$$m(\eta') = 960$$

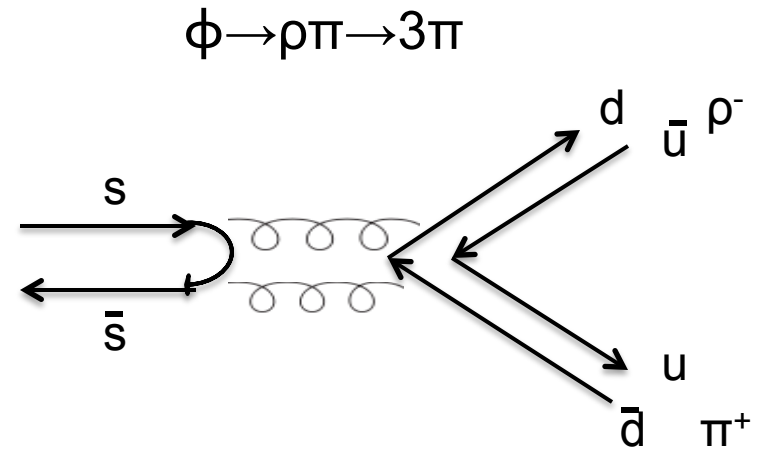
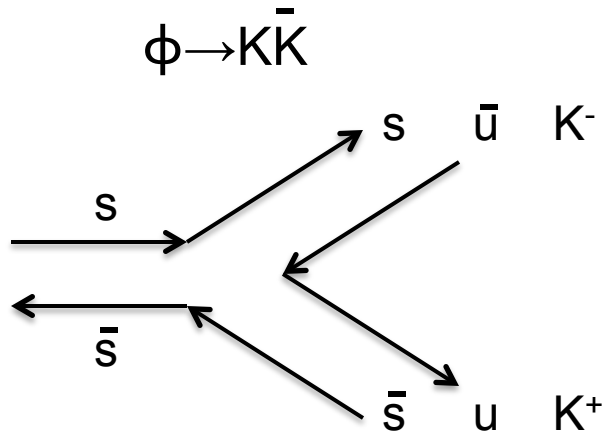
$$m(\eta) = 550$$



mixing con ${}^1S_0(c\bar{c})$: $\cos\alpha |1, 1\rangle + \sin\alpha |c\bar{c}\rangle \Rightarrow \boxed{\sin^2\alpha \approx 3/4 !}$



“pure mixing” e la regola di OZI



sperimentalmente $\frac{\Gamma(\phi \rightarrow 3\pi)}{\Gamma(\phi \rightarrow K\bar{K})} \approx \frac{1}{5}$ anche se spazio fasi 3π favorito

regola di OZI : transizioni sono proibite se rappresentate da diagrammi che possono essere tagliati da linea originante fuori dagli adroni e che non attraversa nessuna linea di quark

Okubo 1963
Zweig 1964
Iizuka 1966

compatibile con “pure mixing” $\phi = \{ s\bar{s} \}$ e con QCD
ma regola non esatta

