

Riassunto della lezione precedente

- DIS polarizzato: → funz. struttura g_1 & g_2
 - distribuzione di elicità e spin trasverso
 - relazione di Wandzura-Wilczek
 - regola di somma di Burkhardt-Cottingham

- funz. struttura g_1 & Ellis-Jaffe sum rule
- l' esperimento EMC: la “spin crisis”
- regola di somma di Bjorken polarizzata
- rapporto g_A/g_V e discrepanza tra Parton Model e dato sperimentale
- ruolo del momento trasverso dei partoni

Componente trasversa del momento del partone

se $p_T \neq 0$ $\gamma^* q^\uparrow$, $\gamma^* q^\downarrow$ permesse



ad esempio per 1 flavor solo con q^\uparrow in $\sigma_{Jz}^\lambda (\gamma^* q^\uparrow)$

$$\begin{aligned}
 p_T &= 0 \\
 A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} \\
 &= \frac{\sum_{f, \bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow - q_f^\downarrow)}{\sum_{f, \bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow + q_f^\downarrow)} \sim \frac{q_f^\uparrow}{q_f^\uparrow} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_T &\neq 0 \\
 A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} \\
 &= 1 - \frac{p_T^2}{E(E+m)} \sim 1
 \end{aligned}$$



$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \equiv \frac{5}{3} \langle \sigma_z \rangle \quad \longrightarrow \quad \frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \left(1 - \frac{p_T^2}{E(E+M)} \right)$$

Sum rule :

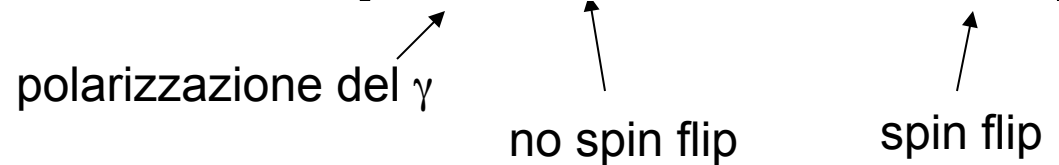
| QPM | + pQCD | exp. |
|---------|-------------------|-------------------|
| 0.27778 | 0.191 ± 0.002 | 0.209 ± 0.003 |

Regole di somma

Gerasimov-Drell-Hearn sum rule

test di $g_1(x)$ attraverso assorbimento di γ pol. su N pol.

ampiezza Compton per $\theta = 0$
$$T(\nu) = 4\pi \left[\vec{\epsilon}_f^* \cdot \vec{\epsilon}_i f(\nu) + \hat{z} \cdot \vec{\epsilon}_f^* \times \vec{\epsilon}_i g(\nu) \right]$$



 polarizzazione del γ no spin flip spin flip



causalità $T(t)=0$ per $t < 0$, relazione di dispersione tra $\text{Re} [T]$ e $\text{Im} [T]$



simmetria di crossing $T^*(-\nu^*, i \leftrightarrow f) = T(\nu) \rightarrow f^*(-\nu^*) = f(\nu), g^*(-\nu^*) = -g(\nu)$

unitarietà teorema ottico
$$4\pi \text{Im} [f(\nu)] = \nu \sigma_{tot} = \frac{\nu}{2} (\sigma_{1/2} + \sigma_{3/2})$$

$$4\pi \text{Im} [g(\nu)] = \nu \Delta\sigma_{tot} = \frac{\nu}{2} (\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2})$$



$$4\pi f(\nu) = \frac{2}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \frac{\nu'^2 \sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$

$$4\pi g(\nu) = \frac{2\nu}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \frac{\nu' \Delta\sigma_{tot}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$



GDH (continua)

Thompson scattering

polarizzabilità elettrica e magnetica

Lorentz- + gauge-invariance
(Low-Energy Theorems)

$$f(\nu) = -\frac{\alpha}{M} + (\alpha_E + \beta_M) \nu^2 + o(\nu^4)$$

$$g(\nu) = -\frac{\alpha \kappa^2}{2M^2} \nu + \gamma \nu^3 + o(\nu^5)$$

momento magnetico anomalo

$$\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{\sigma_{1/2} - \sigma_{3/2}}{\nu} = -\frac{2\pi^2 \alpha}{M^2} \kappa^2$$



momento magnetico anomalo legato a specifica struttura di spin nell' assorbimento del fotone

Ellis-Jaffe sum rule contenuta in GDH sum rule :

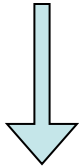


$$\Gamma_1^p(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow 0} \frac{M\nu_0}{8\pi^2 \alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\nu} = -\frac{\nu_0}{M} \frac{\kappa^2}{4} = \frac{\nu_0}{M} I(0)$$

ν_0 soglia di produzione di π

GDH (continua)

$$I(0) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu} (\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T)$$



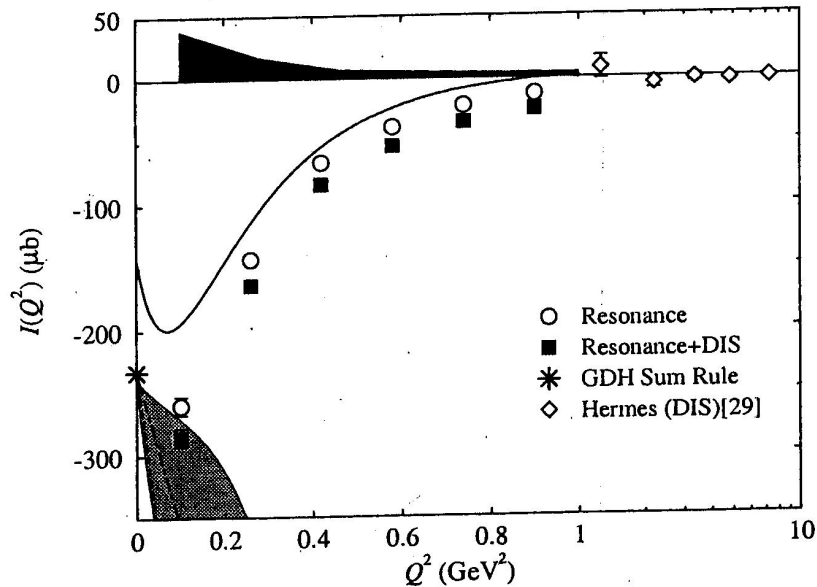
generalizzazione $\forall Q^2$
(non univoca)

$$I(Q^2) = \frac{M^2}{8\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \frac{1-x_B}{\nu} (\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T)$$



$$-\frac{\kappa^2}{4} \xleftarrow{Q^2 \rightarrow 0}$$

$$Q^2 \rightarrow \infty \rightarrow \frac{2M^2}{Q^2} \Gamma_1^p(Q^2)$$



nella rassegna sui risultati del QPM, diverse volte si è dedotta dal confronto con i dati sperimentali l'importanza delle correzioni di QCD :

- profilo asimmetrico delle distribuzioni partoniche per $x_B \rightarrow 0$, dovuto al contributo di gluoni e quark del “mare di Dirac”
- deviazioni dallo scaling predetto dal QPM per F_2 e F_3 , sia per DIS con fasci di elettroni che di neutrini
- deviazioni dalle corrispondenti regole di somma : del momento (50% è portato dai gluoni) , Gross-Llewellyn Smith , Gottfried , Bjorken , ...
- deviazioni dallo scaling in s sia per processi e^+e^- che Drell-Yan
- deviazioni dalla distribuzione angolare e in p_T della coppia leptonica in processi di Drell-Yan
- “spin crisis” : deviazioni dalla regola di somma di Ellis-Jaffe (solo meno del 30% dello spin del N è portato dai quark di valenza) e dalla regola di somma di Bjorken polarizzata

| | | correzioni QCD | | | |
|-----------------------|------------------|------------------------------------|------------|--------------|-----|
| | | 1 | α_s | α_s^2 | ... |
| correzioni di potenze | 1 | QPM | → | IQPM | → |
| | | Improved Quark Parton Model | | | |
| | 1/Q | | | | |
| | 1/Q ² | | | | |
| | 1/Q ³ | | | | |
| ... | | | | | |

Breve riassunto

1° passo : rinormalizzazione della teoria → cancellazione delle divergenze ultraviolette (UV)

- ad una certa scala μ_R si definiscono le quantità fisiche come massa, coupling e intensità del campo attraverso la procedura di rinormalizzazione → controtermini nella \mathcal{L}

$$\begin{aligned}\phi_0 &\rightarrow \phi = Z_1^{-1} \phi_0 \\ m_0 &\rightarrow m = Z_2^{-1} m_0 \\ g_0 &\rightarrow g = Z_3^{-1} g_0\end{aligned}$$

- invarianza della fisica dalla scala μ_R → equazioni di Callan-Symanzik

$$\mu_R \frac{d}{d\mu_R} G = 0 \quad \longrightarrow \quad \left[\mu_R \frac{\partial}{\partial \mu_R} + \mu_R \frac{\partial g}{\partial \mu_R} \frac{\partial}{\partial g} + \mu_R \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \mu_R} \right] G = 0$$

G = funzione di Green a n punti

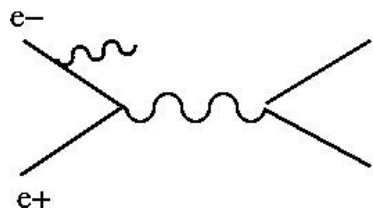


$$\begin{aligned}\mu_R \frac{\partial g}{\partial \mu_R} = \beta(g) &\quad \rightarrow \text{running coupling} \\ \mu_R \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \mu_R} \equiv \gamma &\quad \text{dimensione anomala dei campi}\end{aligned}$$

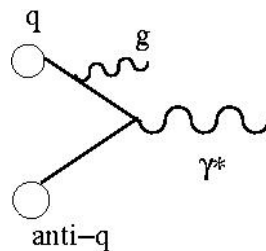
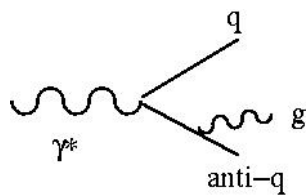
2° passo : cancellare le divergenze infrarosse (IR) e/o inglobarle in funzioni incognite che generalizzano le distribuzioni partoniche

Tutte le teorie di gauge rinormalizzabili e con quanti massless
(QED \rightarrow fotoni, QCD \rightarrow gluoni)
contengono divergenze infrarosse e collineari

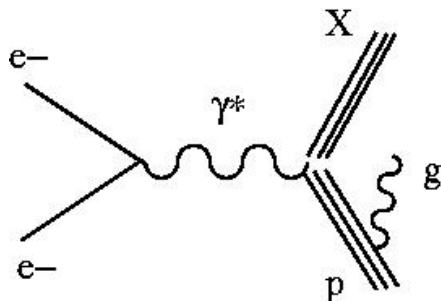
$\Rightarrow e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow f\bar{f} + \gamma$ (Initial **S**tate **R**adiation)



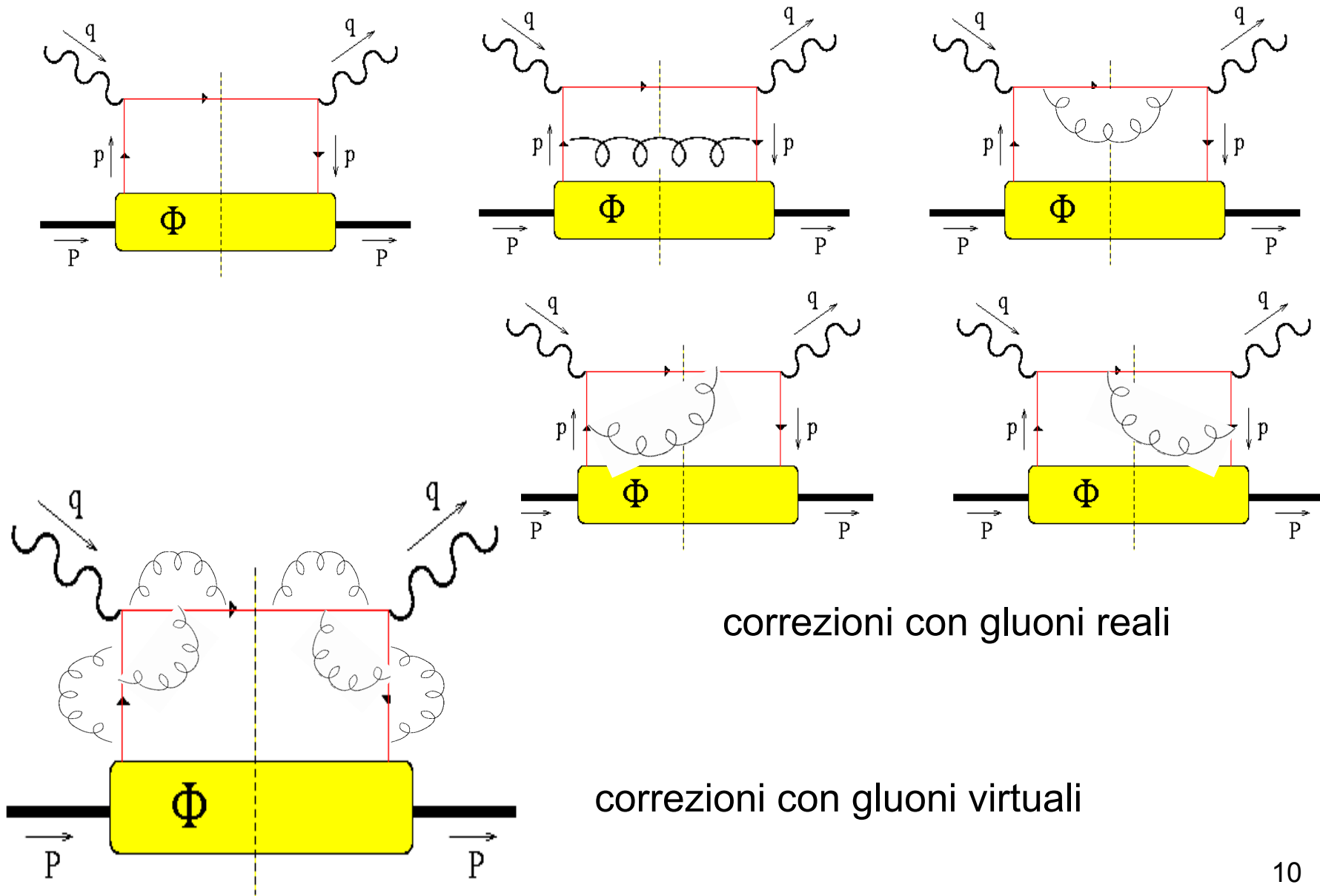
$\Rightarrow \gamma^* \rightarrow q\bar{q} + g$ oppure $q\bar{q} \rightarrow \gamma^* + g$ (**ISR** in QCD)



$\Rightarrow e^-p \rightarrow e^-' X$



DIS inclusivo

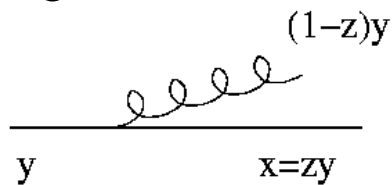


correzioni con gluoni reali

correzioni con gluoni virtuali

Divergenze in DIS inclusivo

gluoni reali



quark con momento y può irraggiare un gluone e riscaldare il suo momento a x

divergenze collineari per $z \rightarrow 1$

$$s = (p + q)^2 \sim 2p \cdot q - Q^2 = Q^2 \frac{1 - x_B}{x_B} \quad \text{divergenze soft per } x_B \rightarrow 1 \text{ (} s \rightarrow 0 \text{)}$$

gluoni virtuali quark on-shell nel taglio $\rightarrow \delta((p+q)^2) \approx x_B/Q^2 \delta(x_B - 1)$

in approssimazione collineare, cancellazione sistematica delle divergenze soft con gluone reale = “fattorizzazione collineare”

Equazioni DGLAP (Dokshitzer-Gribov-Lipatov-) Altarelli-Parisi

divergenze collineari e infrarosse + fattorizzazione collineare
sono presenti a tutti gli ordini perturbativi
sono indipendenti dal processo elementare hard

ad es. in e+e- ISR

$$d\sigma^{(n\gamma)} \sim d\sigma_0 \alpha^n \log^n \left(\frac{s}{m_e^2} \right) \log^n E$$



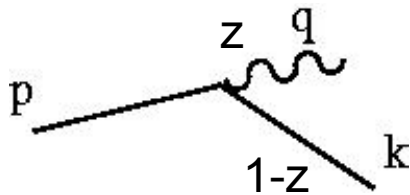
approccio universale (QED/QCD) probabilistico
senza diagrammi di Feynman, a livello partonico



vertice di Altarelli Parisi



per e⁻(k) reale (L) e γ(q) virtuale ≈ reale

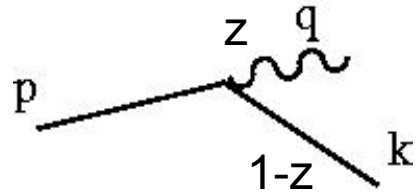


quasi-coll. kin.
 $p_{\perp} / E \ll 1$



QED $\frac{\alpha}{2\pi} \frac{dp_{\perp}^2}{p_{\perp}^2} \frac{1 + (1-z)^2}{z} \rightarrow P_{\gamma e}(z)$

QCD $\frac{4}{3} \frac{\alpha_S}{2\pi} \frac{dp_{\perp}^2}{p_{\perp}^2} \frac{1 + (1-z)^2}{z} \rightarrow P_{gq}(z)$



analogamente per $\gamma(q)$ reale e $e^-(k)$ virtuale \approx reale

$$\delta(1-x) + \frac{\alpha}{2\pi} \frac{dp_{\perp}^2}{p_{\perp}^2} \left[\frac{1+x^2}{(1-x)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right]$$



$$x = 1-z$$

$P_{ee}(z)$ nel senso delle distribuzioni