Riassunto lezione precedente

- mixing tra stati isoscalari dell'ottetto (**8**,1) e del singoletto (**1**,1) di SU(6); ipotesi di "pure" mixing rispettata per nonetto vettoriale ma non per nonetto pseudoscalare
- "pure mixing" compatibile con ($\phi \to 3\pi$) << ($\phi \to K\bar{K}$), ma spazio fasi contraddice $\Rightarrow$ regola di OZI
- evidenza di forze spin-spin e spin-orbita in struttura iperfine degli spettri; ma inequivocabili discrepanze con l'evidenza sperimentale
- vari motivi per introdurre nuovo numero quantico per i quark (colore): spettroscopici e dinamici

perché $SU(3)_{color}$?

alcune discrepanze precedenti si risolvono immediatamente ipotizzando che ciascun quark di flavor q abbia 3 possibili cariche di colore R, B, G

$[SU(6) \otimes O(3)]_S$ ⇒ funz.d'onda di adrone simmetrica per scambio di quark
barioni sono fermioni ⇒ funz.d'onda antisimmetrica per scambio di gruppi di 3 quark

i quark sono parafermioni di ordine 3:

$$(a_\lambda)^\dagger = \Sigma_i (a_{\lambda(i)})^\dagger \qquad a_\lambda = \Sigma_i a_{\lambda(i)} \qquad \lambda = \{\text{spin, flavor},..\},\ i=\text{color}$$
$$\{a_{\lambda(i)}, (a_{\mu(i)})^\dagger\} = \delta_{\lambda\mu} \qquad \{(a_{\lambda(i)})^\dagger, (a_{\mu(i)})^\dagger\} = 0$$
$$[a_{\lambda(i)}, (a_{\mu(j)})^\dagger] = 0 \quad i \neq j \qquad [(a_{\lambda(i)})^\dagger, (a_{\mu(j)})^\dagger] = 0 \quad i \neq j$$

quindi $(f_{\lambda\mu\nu})^\dagger = \{ \{(a_\lambda)^\dagger, (a_\mu)^\dagger\}, (a_\nu)^\dagger \} = 4\, \Sigma_{i\neq j\neq k} (a_{\lambda(i)})^\dagger (a_{\mu(j)})^\dagger (a_{\nu(k)})^\dagger$
e $\{(f_{\lambda\mu\nu})^\dagger, (f_{\alpha\beta\gamma})^\dagger\} = 0$

cioè operatore simmetrico per scambio di quark nella terna (λ,μ,ν), ma antisimmetrico tra diverse terne.

perché $SU(3)_{color}$? (continua)

rappr. fondamentale di $SU(3)_c$: $\quad \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10}_S \oplus \mathbf{8}_{M_S} \oplus \mathbf{8}_{M_A} \oplus \mathbf{1}_A$

ma funz.d'onda complessiva di barioni $\in$ $[\, [SU(6) \otimes O(3)]_S \otimes SU(3)_c \,]_A$

$\Rightarrow [SU(3)_c]_A$ i barioni sono in $\mathbf{1}_A$, cioè i colori sono tutti diversi:

barioni = {R, B, G}

i quark $\in SU(3)_f \otimes SU(3)_c \Rightarrow$ generalizzazione di Gell-Mann—Nishijima

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} + \alpha \tilde{I}_3 + \beta \frac{\tilde{Y}}{2}$$

	u	d	s
R	$u_R = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{6}\beta$	$d_R = u_R - 1$	$s_R = u_R - 1$
B	$u_B = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{6}\beta$	$d_B = u_B - 1$	$s_B = u_B - 1$
G	$u_G = \frac{2}{3} \qquad - \frac{1}{3}\beta$	$d_G = u_G - 1$	$s_G = u_G - 1$

scelta $\alpha = \beta = 0$ corrisponde a cariche di colore in singoletto di $SU(3)_c$:
interazione elettromagnetica "color blind"

1_A di $SU(3)_c$: colore non osservabile

rappresentazioni di possibili configurazioni interne degli adroni:

$$
\begin{aligned}
q &: \ \mathbf{3} \\
q\bar{q} &: \ \mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8}_M \oplus \mathbf{1}_A \\
qq &: \ \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{6}_S \oplus \bar{\mathbf{3}}_A \\
qq\bar{q} &: \ \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{15}_S \oplus \bar{\mathbf{3}}_{M_S} \oplus \bar{\mathbf{6}}_{M_A} \oplus \mathbf{3}_A \\
qqq &: \ \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10}_S \oplus \mathbf{8}_{M_S} \oplus \mathbf{8}_{M_A} \oplus \mathbf{1}_A
\end{aligned}
$$

quindi barioni = {qqq} e mesoni = {$q\bar{q}$} realizzano confinamento; perché?

parallelo con fisica nucleare

$SU(2)_I$ $\mathcal{H}_I \propto \mathbf{I}_1 \cdot \mathbf{I}_2$

{nn}, {pp} I=1

D = {np} I=0 E_0

$SU(3)_c$ $\mathcal{H}_I \propto \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2$

stati "colorati" $\to \infty$

E_0 singoletto

si rompe l'analogia con la Fisica Nucleare

^3H = { *nnp* }	^3He = { *ppn* }	$^3_\Lambda He$={ *ppΛ* }	^4He = { *ppnn* }
n = { *ddu* }	*p* = { *uud* }	Λ = { *uds* }	??

perché $SU(3)_{color}$? (ripresa)

quindi adroni si formano da combinazioni |qqq> e $\left|q\bar{q}\right\rangle$ perchè sono le uniche che forniscono stati di singoletto di colore nella simmetria $SU(3)_c$. Ma perchè proprio $SU(3)_c$?

il gruppo di simmetria di colore deve soddisfare ai seguenti requisiti:

1. $N_c=3$ cioè i quark stanno nella rappresentazione di tripletto **3**
2. antiquark stanno in rappresentazione **3*** e sono diversi da quark
3. mesoni e barioni osservati stanno in stato di singoletto
4. |qq>, $\left|\bar{q}\bar{q}\right\rangle$, |qqqq>, …. non stanno in stato di singoletto

nella classe di gruppi compatti di Lie, solo due scelte non isomorfe: SO(3) e SU(3)
ma in SO(3) la rappresentazione di tripletto è reale: $\mathbf{3} = \mathbf{3}^*$ ….

$SU(3)_{colore}$ risolve diversi enigmi

<u>splitting da forze spin-spin</u>

q − gluone − q & $\Rightarrow$ $\mathcal{H}_I \propto \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2$ $\Rightarrow$ $\langle \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \rangle_{qq} = \frac{1}{2} \langle \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \rangle_{q\bar{q}}$
q − gluone − $\bar{q}$

quindi $\Delta m(3/2^+ - \frac{1}{2}^+) < \Delta m(1^- - 0^-)$

<u>$A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$</u>

$$A \propto \Sigma_i\, I_{3i}\, e_i^2 = \tfrac{1}{2}(u_R^2+u_B^2+u_G^2) - \tfrac{1}{2}((u_R-1)^2+(u_B-1)^2+(u_G-1)^2) = \tfrac{1}{2}$$

<u>rapporto R</u>

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to \text{hadrons})}{\sigma_{\text{QED}}(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = \sum_i e_i^2 = u_R^2+u_B^2+u_G^2+2(u_R-1)^2+2(u_B-1)^2+2(u_G-1)^2 = 2$$

<u>stati "colorati" ?</u> carica di π^+

$$\langle \pi^+, \mathbf{1} | \hat{e} | \pi^+, \mathbf{1} \rangle = \tfrac{1}{3} \langle u_R\bar{d}_R + u_B\bar{d}_B + u_G\bar{d}_G | \hat{e}_q + \hat{e}_{\bar{q}} | u_R\bar{d}_R + u_B\bar{d}_B + u_G\bar{d}_G \rangle = 1$$

indipendentemente da vincoli su u_R, u_B, u_G.

serve solo mesone neutro di colore ($R\bar{R}$, .., no RB,..) $\Rightarrow$ singoletto di $SU(3)_c$
non si vedono mesoni colorati a carica 2 ($u_G\bar{d}_R$) o barioni a carica 3…