

Riassunto lezione precedente

- mixing tra stati isoscalari dell'ottetto ($\mathbf{8}, 1$) e del singoletto ($\mathbf{1}, 1$) di SU(6); ipotesi di “pure” mixing rispettata per nonetto vettoriale: $|\phi\rangle \equiv |s\bar{s}\rangle$, $|\omega\rangle \equiv |u\bar{u}, d\bar{d}\rangle$, ma non per nonetto pseudoscalare: da formula di Gell-Mann–Okubo si deduce che η , η' contengono $\sim 20\%$ di ($\mathbf{1}, 1$), ($\mathbf{8}, 1$) rispettivamente
- regola di Schwinger per nonetto pseudoscalare (relazione tra masse) è violata di circa 20%: η , η' non sono solo combinazioni di ($\mathbf{1}, 1$) e ($\mathbf{8}, 1$)
- ipotesi ($\mathbf{1}, 1$) $\rightarrow w_1 (\mathbf{1}, 1) + w_2 |c\bar{c}\rangle$; nuova regola di Schwinger suggerisce che $(w_2)^2 \sim 75\%$!
- “pure mixing” compatibile con $(\phi \rightarrow 3\pi) \ll (\phi \rightarrow K\bar{K})$, ma spazio fasi contraddice \Rightarrow regola di OZI

origini dello splitting di massa

forza spin-spin $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$

stati con stessa stranezza e S_{tot} diverso

$m(\pi, S=0) \neq m(\rho, S=1)$; $m(K, S=0) \neq m(K^*, S=1)$
 $m(N, S=1/2) \neq m(\Delta, S=3/2)$

stati nello stesso multipletto

Σ^0 in $56_S \propto (ud+du)s$ $(ud)_{I=1}$ $S=1$

Λ^0 “ “ $\propto (ud-du)s$ $(ud)_{I=0}$ $S=0$ $m(\Lambda^0) \neq m(\Sigma^0)$

ma splitting dovuto a forza spin-spin produce $\Delta m(3/2^+ - 1/2^+) = -3/2 \Delta m(1^- - 0^-)$
 mentre $\Delta m(\Delta - N) = 1/2 \Delta m(\rho - \pi)$!



forza spin-orbita $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$

attiva per mesoni/barioni eccitati con $L > 0$

mesoni :

JPC	0 ⁺⁺	1 ⁺⁺	1 ⁺⁻	2 ⁺⁺
L · S	-2	-1	0	1

$\Rightarrow \Delta m(2^{++}-1^{++}) = 2 \Delta m(1^{++}-0^{++})$

non verificato sperimentalmente



barioni : $\Delta m(\mathbf{10} - \mathbf{8}) = \Delta m(\mathbf{8} - \mathbf{1})$ per forza spin-spin

splitting in ciascun multipletto per spin-orbita

Ex: (8,4) L=1 S=3/2

J	5/2 ⁻	3/2 ⁻	1/2 ⁻
2 L · S	3	-2	-5

$\Delta m(3/2^- - 1/2^-) = 3/5 \Delta m(5/2^- - 3/2^-)$

non verificato sperimentalmente

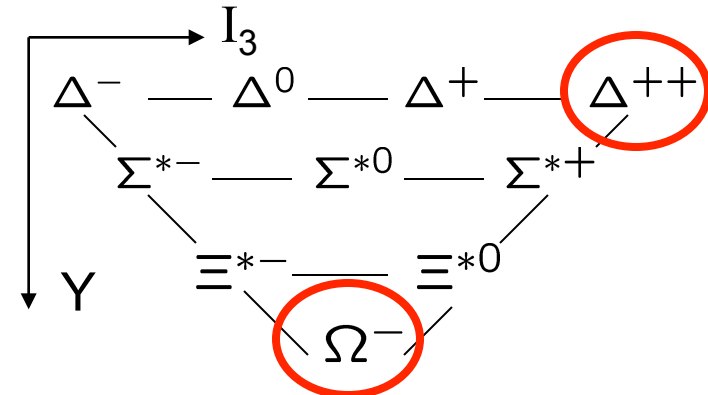
idem per (8,2)



perché il “colore” dei quark ?

motivi “spettroscopici”

- abbiamo già visto che forza spin-spin produce splitting 3S_1 - 1S_0 e ${}^4S_{3/2}$ - ${}^2S_{1/2}$ ma con ampiezza e segno (solo per i barioni) sbagliati
- in spettroscopia dei barioni abbiamo incontrato nel decupletto **(10,4)** del multipletto 56_s in stato fondamentale le particelle Δ^{++} e Ω^- che quindi hanno $L=0, S=3/2, I=3/2$ $\Delta^{++}=\{u\uparrow u\uparrow u\uparrow\}$, $\Omega^-=\{s\uparrow s\uparrow s\uparrow\}$ cioè funz.d'onda simmetrica $|\chi_S\rangle|\phi_S\rangle$ ma $S=3/2 \Rightarrow$ fermioni!
- in generale come si conciliano funz.d'onda $[SU(6)\otimes O(3)]_S$ per barioni che seguono statistica di Fermi-Dirac e soddisfano principio di Pauli?



motivi “dinamici”

- rapporto $R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma_{\text{QED}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_i e_i^2 = \frac{2}{3}$ ma risulta = 2 per $s < (m_c)^2$
- $A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) \propto \sum_i I_3^i e_i^2 = 1/6$ ma dati suggeriscono $1/2$
- adroproduzione di coppie di leptoni (“Drell-Yan”): $d\sigma(pp \rightarrow \mu^+\mu^-X) \propto N_c=3$



perché $SU(3)_{\text{color}}$?

alcune discrepanze precedenti si risolvono immediatamente ipotizzando che ciascun quark di flavor q abbia 3 possibili cariche di colore **R**, **B**, **G**

$[SU(6) \otimes O(3)]_S \Rightarrow$ funz.d'onda di adrone simmetrica per scambio di quark
 barioni sono fermioni \Rightarrow funz.d'onda antisimmetrica per scambio di gruppi
 di 3 quark

i quark sono **parafermioni** di ordine 3:

$$\begin{aligned} (a_\lambda)^\dagger &= \sum_i (a_{\lambda(i)})^\dagger & a_\lambda &= \sum_i a_{\lambda(i)} & \lambda &= \{\text{spin, flavor, ...}\}, i=\text{color} \\ \{a_{\lambda(i)}, (a_{\mu(i)})^\dagger\} &= \delta_{\lambda\mu} & \{(a_{\lambda(i)})^\dagger, (a_{\mu(i)})^\dagger\} &= 0 \\ [a_{\lambda(i)}, (a_{\mu(j)})^\dagger] &= 0 \quad i \neq j & [(a_{\lambda(i)})^\dagger, (a_{\mu(j)})^\dagger] &= 0 \quad i \neq j \end{aligned}$$

quindi $(f_{\lambda\mu\nu})^\dagger = \{ \{(a_\lambda)^\dagger, (a_\mu)^\dagger\}, (a_\nu)^\dagger \} = 4 \sum_{i \neq j \neq k} (a_{\lambda(i)})^\dagger (a_{\mu(j)})^\dagger (a_{\nu(k)})^\dagger$
 e $\{(f_{\lambda\mu\nu})^\dagger, (f_{\alpha\beta\gamma})^\dagger\} = 0$

cioè operatore **simmetrico** per scambio di quark nella terna (λ, μ, ν) , ma **antisimmetrico** tra diverse terne.



perché $SU(3)_{\text{color}}$? (continua)

rapp. fondamentale di $SU(3)_c$: $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10}_S \oplus \mathbf{8}_{M_S} \oplus \mathbf{8}_{M_A} \oplus \mathbf{1}_A$

ma funz.d'onda complessiva di barioni $\in [[SU(6) \otimes O(3)]_S \otimes SU(3)_c]_A$
 $\Rightarrow [SU(3)_c]_A$ i barioni sono in $\mathbf{1}_A$, cioè i colori sono tutti diversi:

$$\text{barioni} = \{\mathbf{R}, \mathbf{B}, \mathbf{G}\}$$

i quark $\in SU(3)_f \otimes SU(3)_c \Rightarrow$ generalizzazione di Gell-Mann—Nishijima

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} + \alpha \tilde{I}_3 + \beta \frac{\tilde{Y}}{2}$$



	u	d	s
R	$u_R = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{6}\beta$	$d_R = u_R - 1$	$s_R = u_R - 1$
B	$u_B = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{6}\beta$	$d_B = u_B - 1$	$s_B = u_B - 1$
G	$u_G = \frac{2}{3} \quad -\frac{1}{3}\beta$	$d_G = u_G - 1$	$s_G = u_G - 1$

scelta $\alpha = \beta = 0$ corrisponde a cariche di colore in singoletto di $SU(3)_c$:
 interazione elettromagnetica “color blind”

1_A di $SU(3)_c$: colore non osservabile

rappresentazioni di possibili configurazioni interne degli adroni:

$$\begin{aligned}
 q &: \mathbf{3} \\
 q\bar{q} &: \mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8}_M \oplus \mathbf{1}_A \\
 qq &: \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{6}_S \oplus \bar{\mathbf{3}}_A \\
 qq\bar{q} &: \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{15}_S \oplus \bar{\mathbf{3}}_{M_S} \oplus \bar{\mathbf{6}}_{M_A} \oplus \mathbf{3}_A \\
 qq\bar{q} &: \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10}_S \oplus \mathbf{8}_{M_S} \oplus \mathbf{8}_{M_A} \oplus \mathbf{1}_A
 \end{aligned}$$

quindi barioni = {qqq} e mesoni = {q \bar{q} } realizzano confinamento; perché?

parallelo con fisica nucleare



si rompe l'analogia con la Fisica Nucleare

$$\begin{array}{cccc}
 {}^3H = \{ nnp \} & {}^3He = \{ ppn \} & {}^3_{\Lambda}He = \{ pp\Lambda \} & {}^4He = \{ ppnn \} \\
 n = \{ ddu \} & p = \{ uud \} & \Lambda = \{ uds \} & ??
 \end{array}$$

perché $SU(3)_{\text{color}}$? (ripresa)

quindi adroni si formano da combinazioni $|qqq\rangle$ e $|q\bar{q}\rangle$ perchè sono le uniche che forniscono stati di singoletto di colore nella simmetria $SU(3)_c$. Ma perchè proprio $SU(3)_c$?

il gruppo di simmetria di colore deve soddisfare ai seguenti requisiti:

1. $N_c=3$ cioè i quark stanno nella rappresentazione di tripletto $\mathbf{3}$
2. antiquark stanno in rappresentazione $\mathbf{3}^*$ e sono diversi da quark
3. mesoni e barioni osservati stanno in stato di singoletto
4. $|qq\rangle$, $|\bar{q}\bar{q}\rangle$, $|qqqq\rangle$, non stanno in stato di singoletto

nella classe di gruppi compatti di Lie, solo due scelte non isomorfe:

$SO(3)$ e $SU(3)$

ma in $SO(3)$ la rappresentazione di tripletto è reale: $\mathbf{3} = \mathbf{3}^*$

SU(3)_{colore} risolve diversi enigmi

splitting da forze spin-spin

$$q - \text{gluone} - q \quad \& \Rightarrow \mathcal{H}_1 \propto \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \Rightarrow \langle \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \rangle_{qq} = \frac{1}{2} \langle \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \rangle_{q\bar{q}}$$

$$q - \text{gluone} - \bar{q}$$



$$\text{quindi } \Delta m(3/2^+ - 1/2^+) < \Delta m(1^- - 0^-)$$

A($\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$)

$$A \propto \sum_i I_{3i} e_i^2 = \frac{1}{2} (u_R^2 + u_B^2 + u_G^2) - \frac{1}{2} ((u_R - 1)^2 + (u_B - 1)^2 + (u_G - 1)^2) = \frac{1}{2}$$



rapporto R

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma_{\text{QED}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_i e_i^2 = u_R^2 + u_B^2 + u_G^2 + 2(u_R - 1)^2 + 2(u_B - 1)^2 + 2(u_G - 1)^2 = 2$$



stati "colorati" ? carica di π^+

$$\langle \pi^+, \mathbf{1} | \hat{e} | \pi^+, \mathbf{1} \rangle = \frac{1}{3} \langle u_R \bar{d}_R + u_B \bar{d}_B + u_G \bar{d}_G | \hat{e}_q + \hat{e}_q | u_R \bar{d}_R + u_B \bar{d}_B + u_G \bar{d}_G \rangle = 1$$

indipendentemente da vincoli su u_R, u_B, u_G .

serve solo mesone neutro di colore ($R\bar{R}, \dots, \text{no } R\bar{B}, \dots$) \Rightarrow singoletto di SU(3)_c

non si vedono mesoni colorati a carica 2 ($u_G \bar{d}_R$) o barioni a carica 3...

