Riassunto lezione precedente

- inclusione del moto orbitale dei quark; classificazione degli stati secondo la simmetria SU(6) $\otimes$ O(3)

- barioni: usando oscillatore armonico (nl)(n'l')(n"l") si spiega risultanza degli stati 56_S, 70_M, 56_S,.. ad energia crescente

- mesoni: quarkonio in onda relativa L e parità $P=(-)^{L+1}$ spiega evidenze dello spettro mesonico, inclusi stati eccitati ad energie più alte

Applicazioni: carica e momento magnetico del nucleone

il nucleone sta in $56_S = 10_S \otimes 4_S \oplus 8_{MS} \otimes 2_{MS}$ ed appartiene a $8_{Ms} \otimes 2_{Ms}$ quindi la sua funzione d'onda SU(6) è del tipo

$1/\sqrt{2}\ (\ |\chi\rangle_{Ms}\ |\varphi\rangle_{Ms} + |\chi\rangle_{Ma}\ |\varphi\rangle_{Ma}\ )$ (vedi slide 2 – lez.4)

con $|\chi\rangle_{Ms/a}$ da slide 5 – lez.3
$|\varphi\rangle_{Ms/a}$ da slide 3 – lez.3

carica

$$e_N = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \chi_{M_S} \phi^{\uparrow}_{M_S} + \chi_{M_A} \phi^{\uparrow}_{M_A} | \, e_i \, | \chi_{M_S} \phi^{\uparrow}_{M_S} + \chi_{M_A} \phi^{\uparrow}_{M_A} \rangle \, \frac{1}{\sqrt{2}} = \left| \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right|$$

momento magnetico

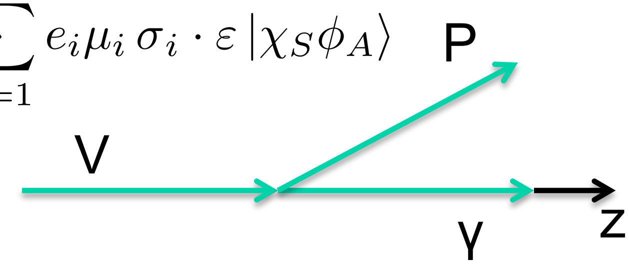
$$\mu_N = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \chi_{M_S} \phi^{\uparrow}_{M_S} + \chi_{M_A} \phi^{\uparrow}_{M_A} | \, \mu e_i \sigma_{3\,i} \, | \chi_{M_S} \phi^{\uparrow}_{M_S} + \chi_{M_A} \phi^{\uparrow}_{M_A} \rangle \, \frac{1}{\sqrt{2}} = \left| \begin{array}{c} \mu \\ -\frac{2}{3}\mu \end{array} \right|$$

$$\boxed{\frac{\mu_p}{\mu_n} = -\frac{3}{2} = -1.5 \leftrightarrow -\frac{2.79}{1.91} \approx -1.4607}$$

Applicazioni: transizioni Vmeson → Pmeson + γ

funz. d'onda SU(6) di mesone vettoriale V : $|\chi\rangle_A \, |\varphi\rangle_S$
di mesone pseudoscalare P : $|\chi\rangle_S \, |\varphi\rangle_A$

ampiezza di transizione $A(V \to P\gamma) = \langle \chi_A \phi_S | \sum_{i=1}^{2} e_i \mu_i \, \sigma_i \cdot \varepsilon \, | \chi_S \phi_A \rangle$



ε = vettore di polarizzazione di γ

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}}(1, i, 0)$$

evidenza sperimentale per nonetto vettore isoscalare suggerisce combinazione di stati (**8**,**1**), (**1**,**1**) :

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_8 = \frac{1}{\sqrt{2}}(s\bar{s} - \bar{s}s) \\ \omega &= \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_8 = \frac{1}{2}(u\bar{u} + d\bar{d} - \bar{u}u - \bar{d}d) \end{aligned}$$

$$A(\omega_{J_z=\pm 1} \to \pi^0 \gamma) = \mp \mu$$

$$\exp \propto \overline{\sum_{\text{spins}}} |A|^2 = \frac{2}{3}\mu^2$$

$\mu = \mu_u = \mu_d$

compatibile con $\mu \equiv \mu_p$, quindi
ipotesi di pure mixing $\phi(s\bar{s})$, $\omega(u\bar{u}+d\bar{d})$ per mesoni vettori ha riscontro sperimentale

V → P + γ

$$A(\phi \to \pi\gamma) = 0 \qquad \exp: \quad \frac{\Gamma(\phi \to \pi\gamma)}{\Gamma(\omega \to \pi\gamma)} \approx 0.6\%$$

$$\frac{A(\rho \to \pi\gamma)}{A(\omega \to \pi\gamma)} = -\frac{1}{3} \quad \Longrightarrow \quad \Gamma(\rho^0 \to \pi^0\gamma) = \frac{1}{9}\Gamma(\omega \to \pi^0\gamma)$$

$$\frac{A(K^{*0} \to K^0\gamma)}{A(K^{*+} \to K^+\gamma)} = \frac{\mu_s + \mu}{\mu_s - 2\mu}$$

$$\mu_s = \mu \qquad \frac{\Gamma(K^{*0}\to K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+}\to K^+\gamma)} = 4$$

SU(3)$_f$ esatta

$$\mu_s \approx \tfrac{3}{5}\mu \qquad \exp: \frac{\Gamma(K^{*0}\to K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+}\to K^+\gamma)} \approx 1.3$$

$$\mu_s = 0 \qquad \frac{\Gamma(K^{*0}\to K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+}\to K^+\gamma)} = \frac{1}{4}$$

max rottura SU(3)$_f$

nonetto pseudoscalare isoscalare
in termini di stati (**8**,**1**), (**1**,**1**) :
$\eta = \cos\theta\, \eta_8 + \sin\theta\, \eta_1$

$$\begin{aligned} A(\omega \to \eta\gamma) &= \frac{\mu}{3\sqrt{3}}(\cos\theta + \sqrt{2}\sin\theta) \\ A(\phi \to \eta\gamma) &= \frac{2\mu_s}{3\sqrt{3}}(\sqrt{2}\cos\theta - \sin\theta) \\ A(\rho \to \eta\gamma) &= \frac{\mu}{\sqrt{3}}(\cos\theta + \sqrt{2}\sin\theta) \end{aligned}$$

V → P + γ

mesone vettore ha stessi n. quantici di γ , che quindi “contiene” una componente di quarkonio a spin 1; l’ampiezza di transizione $q\bar{q} \leftrightarrow \gamma$ è non nulla. Quindi $V_\gamma = \sqrt{3/2}\,(\tfrac{2}{3}\,u\bar{u} - \tfrac{1}{3}\,d\bar{d} - \tfrac{1}{3}\,s\bar{s}) \approx \gamma$ e calcolando $A(V_\gamma \to P+\gamma)$ si può dedurre $A(P \to \gamma\gamma)$.

$$
\begin{aligned}
A(\pi^0 \to \gamma\gamma) &= -\frac{\mu}{\sqrt{6}} \\
A(\eta_8 \to \gamma\gamma) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} A(\pi^0 \to \gamma\gamma) \\
A(\eta_1 \to \gamma\gamma) &= -2\sqrt{\frac{2}{3}} A(\pi^0 \to \gamma\gamma)
\end{aligned}
$$

quindi

$$
\begin{aligned}
\frac{A(\eta \to \gamma\gamma)}{A(\pi^0 \to \gamma\gamma)} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos\theta + 2\sqrt{2}\sin\theta) \\
\frac{\Gamma(\eta \to \gamma\gamma}{\Gamma(\pi^0 \to \gamma\gamma)} &= \left(\frac{m_\eta}{m_\pi}\right)^3 \frac{1}{3}(\cos\theta + 2\sqrt{2}\sin\theta)^2
\end{aligned}
$$

exp. : $\theta \approx 15°$ ⇒ $\eta \approx \eta_8$ (+ …)