

Compatibilità e commutabilità

- dati $A = A^\dagger, B = B^\dagger$ su \mathcal{H}
- $A|\alpha_n\rangle = \alpha_n|\alpha_n\rangle, \quad B|\beta_n\rangle = \beta_n|\beta_n\rangle$

$$[A, B] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \{|\alpha_n\rangle\} \equiv \{|\beta_n\rangle\}$$

infatti:

$$\text{c.n.: } (AB - BA)|\alpha_n\rangle = 0 \Rightarrow (AB - BA)|f\rangle = 0, \quad \forall |f\rangle \in \mathcal{H}$$

c.s.:

$\{\alpha_n\}$ = spettro semplice

$$A(B|\alpha_n\rangle) = B(A|\alpha_n\rangle) = \alpha_n(B|\alpha_n\rangle) \Rightarrow B|\alpha_n\rangle = \beta_n|\alpha_n\rangle$$

α_n degenerare di ordine $r \Rightarrow B|\alpha_n\rangle \in \mathcal{H}_n$ (dim $\mathcal{H}_n = r$)

ma in \mathcal{H}_n è possibile scegliere base simultanea di A e B

misure successive di A e B **arricchiscono** informazione

$$[A, B] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A, B = \text{osservabili compatibili}$$

insieme completo di osservabili compatibili

\Rightarrow informazione massima sul sistema

cfr. sistema dinamico **integrabile** in fisica classica