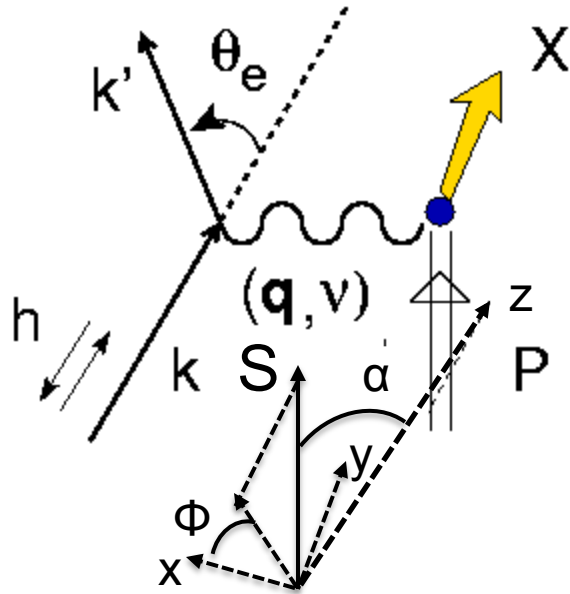


Riassunto della lezione precedente

- e^+e^- semi-inclusivo: formalismo e interpretazione in QPM
distribuzione angolare dell'adrone rivelato
funzione di frammentazione incognita da confronto con dati
- Semi-Inclusive DIS (SIDIS) : formalismo e interpretazione in QPM
ipotesi fattorizzazione \rightarrow universalità delle funzioni partoniche
- e^+e^- semi-inclusivo in due adroni : formalismo e interpretazione in QPM
sezione d'urto di jet ; distribuzione angolare e asse del jet

DIS inclusivo polarizzato



se $S=0 \rightarrow$ violazione della parità
 processo debole \rightarrow corrente $V-A \rightarrow W^{\mu\nu}_A$

se $S \neq 0 \rightarrow$ 2 4-vettori P, q e
 1 4-pseudovettore S indipendenti
 struttura del tensore adronico più ricca

si sceglie S^μ tale che $S^2 = -1$ e $S \cdot P = 0$

$$S^\mu = \frac{S \cdot q}{P \cdot q} \left(P^\mu - \frac{M^2}{P \cdot q} q^\mu \right) + S^\mu_\perp = \frac{\lambda}{M} \left(P^\mu - \frac{M^2}{P \cdot q} q^\mu \right) + S^\mu_\perp$$

elicità

$$\lambda = M \frac{S \cdot q}{P \cdot q}$$

$$S \cdot P = 0 \rightarrow S_\perp \cdot P = 0$$

$$S^2 \sim -(\lambda^2 + S_\perp^2) = -1$$



Tensore adronico

$S = \frac{1}{2} \rightarrow W^{\mu\nu}$ è al più lineare in S , perchè è matrice 2×2 in spazio di spin

\Rightarrow espansione sulla base delle matrici σ di Dirac

$$W^{\mu\nu} = \sum_{\alpha\alpha'} W_{\alpha\alpha'}^{\mu\nu} \rho_{\alpha\alpha'} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\alpha'} W_{\alpha\alpha'}^{\mu\nu} (1 + \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\sigma})_{\alpha\alpha'}$$

matrice densità di spin del target

vettore di polarizzazione

$$P_i = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = \langle \sigma_i \rangle = \text{Tr}(\rho \sigma_i)$$

- S^u coplanar with scattering plane $\rightarrow \phi = 0$
- hermiticity del tensore
- invarianza per trasformazioni di parità
- invarianza per trasformazioni di time-reversal
- conservazione della corrente



DIS polarizzato: tensore adronico

$$W^{\mu\nu} = W^{\mu\nu}_S + W^{\mu\nu}_A$$

$$W^{\mu\nu}_S = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) W_1 + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{M^2} W_2$$

$$W^{\mu\nu}_A = \frac{i}{M^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho [A_1 S_\sigma + A_2 P_\sigma]$$

$$\tilde{P}^\mu = P^\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\mu$$

↑ scalare ↑ pseudoscalare

$$W^{\mu\nu}_A = \frac{i}{M^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_\sigma \left[\underline{G_1(\nu, Q^2)} + \frac{P \cdot q}{M^2} \underline{G_2(\nu, Q^2)} \right]$$

$$- \frac{i}{M^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \frac{S \cdot q}{M^2} G_2(\nu, Q^2)$$

$$= i \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \lambda \frac{G_1(\nu, Q^2)}{M^3}$$

$$+ i \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_{\perp\sigma} \frac{1}{M^2} \left[G_1(\nu, Q^2) + \frac{P \cdot q}{M^2} G_2(\nu, Q^2) \right]$$



Ampiezza di scattering

leptone polarizzato con elicità $h=\pm$

tensore leptónico : $L_{\mu\nu} = L_{\mu\nu}^S \pm L_{\mu\nu}^A$

$$L_{\mu\nu}^S = 2k_\mu k'_\nu + 2k_\nu k'_\mu - 2k \cdot k' g_{\mu\nu}$$

$$L_{\mu\nu}^A = h 2i \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k^\rho q^\sigma$$

$$L_{\mu\nu}^S W^{\mu\nu}_S \rightarrow \frac{d\sigma^0}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha^2}{Q^4} E'^2 \left(2 \sin^2 \frac{\theta_e}{2} W_1 + \cos^2 \frac{\theta_e}{2} W_2 \right)$$

$$L_{\mu\nu}^A W^{\mu\nu}_A \leftarrow \begin{aligned} L_{\mu\nu}^A i \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_\sigma &= 8EE' \sin^2 \frac{\theta_e}{2} S \cdot (k + k') \\ L_{\mu\nu}^A (-i) \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma &= -8EE' \sin^2 \frac{\theta_e}{2} P \cdot (k + k') \end{aligned}$$



$$L_{\mu\nu}^A W^{\mu\nu}_A = \frac{8EE'}{M^2} \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \left[\left(G_1 + \frac{P \cdot q}{M^2} G_2 \right) S \cdot (k + k') - \frac{S \cdot q}{M^2} G_2 P \cdot (k + k') \right]$$

Sezione d'urto

$$\begin{cases} k = (E, 0, 0, E) \\ k' = (E', E' \sin \theta_e, 0, E' \cos \theta_e) \\ \hat{S} = (0, \sin \alpha \cos \phi, \sin \alpha \sin \phi, \cos \alpha) \end{cases} \quad \text{coplanar} \rightarrow \phi = 0$$

$$S \cdot (k + k') = -E' (\cos \theta_e \cos \alpha + \sin \theta_e \sin \alpha) - E \cos \alpha$$

$$P \cdot (k + k') = M (E + E')$$

$$S \cdot q = E' (\cos \theta_e \cos \alpha + \sin \theta_e \sin \alpha) - E \cos \alpha$$



$$\frac{d\Delta\sigma^h}{dE'd\Omega} = -h \frac{2\alpha^2}{Q^2} \frac{1}{M^2} \frac{E'}{E} \left\{ \underline{\cos \alpha} \left[(E + E' \cos \theta_e) G_1 - \frac{Q^2}{M} G_2 \right] + E' \sin \theta_e \underline{\sin \alpha} \left(G_1 + \frac{2E}{M} G_2 \right) \right\}$$



$$\alpha = 0 \Leftrightarrow S \parallel k$$

$$\alpha = \pi/2 \Leftrightarrow S \perp k$$

Sezione d'urto (continua)

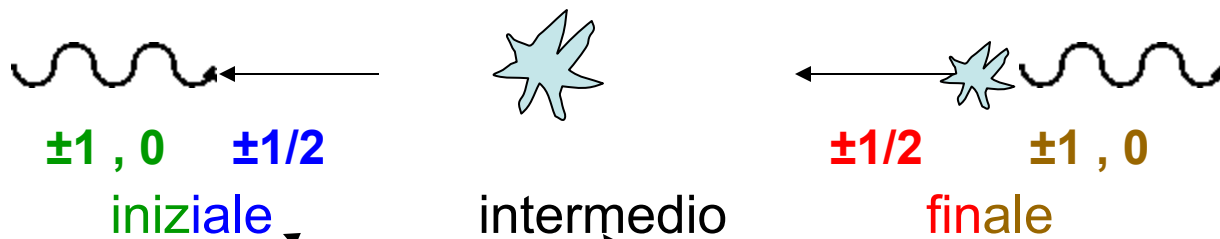
$$\frac{d\sigma^o}{dE' d\Omega}, \frac{d\Delta\sigma^{h\pm}}{dE' d\Omega} \implies F_1, F_2, G_1, G_2$$

perchè 4 funzioni di struttura F_1, F_2, G_1, G_2 ?

sezione d'urto totale per assorbimento di γ^* : $\sigma_{\text{tot}}(\gamma^* N)$

teorema ottico : $\sigma_{\text{tot}}(\gamma^* N) \propto \text{Im} [f(\theta_e=0) \text{ Compton}]$

$f(\theta_e = 0, \vec{q}, \vec{N})$



1	+1	+1/2	+3/2	+1	+1/2
2	+1	-1/2	+1/2	+1	-1/2
3	+1	-1/2	+1/2	0	+1/2
4	0	+1/2	+1/2	+1	-1/2
5	0	+1/2	+1/2	0	+1/2

legati da time-reversal
 → 4 strutture indipendenti

Asimmetrie di elicità

riarrangiamento delle 4 combinazioni indipendenti



$$\begin{aligned}
 \left[\left(1, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(1, \frac{1}{2}\right) \right] + \left[\left(1, -\frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(1, -\frac{1}{2}\right) \right] &\equiv W_T = W_1 = \sigma_{3/2}^T + \sigma_{1/2}^T \\
 \left(0, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(0, \frac{1}{2}\right) &\equiv W_L = \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) W_2 - W_1 = \sigma_{1/2}^L \\
 \left[\left(1, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(1, \frac{1}{2}\right) \right] - \left[\left(1, -\frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(1, -\frac{1}{2}\right) \right] &\equiv W_{TT} = \frac{1}{M^3} (-\nu M G_1 + Q^2 G_2) = \sigma_{3/2}^T - \sigma_{1/2}^T \\
 \left(1, -\frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(0, \frac{1}{2}\right) &\equiv W_{LT} = \frac{\sqrt{Q^2}}{M^3} (M G_1 + \nu G_2) = \sigma_{1/2}^{LT}
 \end{aligned}$$

elicità di γ^* \rightarrow $\sigma_{J_z}^{\lambda_{\gamma^*}}$
intermedio \nearrow

asimmetrie per scattering da γ^*

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} = -\frac{W_{TT}}{W_T} = \frac{\nu M G_1 - Q^2 G_2}{M^3 W_1} & 1 \geq |A_1| \\
 A_2 &= \frac{W_{LT}}{W_T} = \frac{\sqrt{Q^2} (M G_1 + \nu G_2)}{M^3 W_1} & R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \geq |A_2| = \frac{\sigma_{LT}}{\sigma_T}
 \end{aligned}$$

Accesso sperimentale alle asimmetrie

$$S \parallel k \rightarrow \alpha = 0$$

misura sperimentale accede a



$$A_{\parallel} = -\frac{d\sigma^{\uparrow\uparrow} - d\sigma^{\uparrow\downarrow}}{d\sigma^{\uparrow\uparrow} + d\sigma^{\uparrow\downarrow}} = \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} A_1 + \frac{\epsilon Q}{E(1 + \epsilon R)} A_2$$

$$A_{\perp} = \frac{d\sigma^{\uparrow\leftarrow} - d\sigma^{\uparrow\rightarrow}}{d\sigma^{\uparrow\leftarrow} + d\sigma^{\uparrow\rightarrow}} = \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} \sqrt{2\epsilon(1 + \epsilon)} A_2 - \frac{\epsilon Q}{E(1 + \epsilon R)} \sqrt{\frac{(1 + \epsilon)^3}{2\epsilon}} A_1$$

$$S \perp k \rightarrow \alpha = \pi/2$$

polarizz. lineare trasversa di γ^* $\epsilon = \left[1 + 2\frac{q^2}{Q^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]^{-1}$

$$R = \frac{W_L}{W_T} = \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) \frac{W_2}{W_1} - 1$$

inversione



$$A_1 = \frac{2(E - E'\epsilon) E (1 + \epsilon R)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\parallel} - \sqrt{\frac{2\epsilon}{1 + \epsilon}} \frac{QE(1 + \epsilon R)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\perp}$$

$$A_2 = \frac{E (1 + \epsilon R) Q (1 + \epsilon)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\parallel} + \sqrt{\frac{2}{\epsilon(1 + \epsilon)}} \frac{(E - E'\epsilon) E(1 + \epsilon R)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\perp}$$

misura di Q^2 , ϵ , R , A_{\parallel} , $A_{\perp} \rightarrow A_1$, A_2

Limite DIS

$\nu, Q^2 \rightarrow \infty$ con x_B fisso; se $Q^2 \sigma_{JZ}^\lambda$ scala allora

$$\text{scaling : } \begin{array}{ll} MW_1(\nu, Q^2) \rightarrow F_1(x_B) & \frac{\nu}{M} G_1(\nu, Q^2) \rightarrow \tilde{G}_1(x_B) \\ \nu W_2(\nu, Q^2) \rightarrow F_2(x_B) & \frac{\nu^2}{M^2} G_2(\nu, Q^2) \rightarrow \tilde{G}_2(x_B) \end{array}$$

(vedi espressioni di A_1 e A_2)

scaling delle asimmetrie di elicit :



$$A_1 = \frac{\nu M G_1(\nu, Q^2) - Q^2 G_2(\nu, Q^2)}{M^3 W_1(\nu, Q^2)} \rightarrow \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} - \frac{Q^2 \tilde{G}_2(x_B)}{\nu^2 F_1(x_B)} \rightarrow \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)}$$

$$A_2 = Q \frac{M G_1(\nu, Q^2) + \nu G_2(\nu, Q^2)}{M^3 W_1(\nu, Q^2)} \rightarrow \sqrt{\frac{2Mx_B}{\nu}} \frac{\tilde{G}_1(x_B) + \tilde{G}_2(x_B)}{F_1(x_B)} \rightarrow 0$$

QPM picture

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\sigma^h}{dx_B dy} &= \frac{2M\nu\pi}{E'} \frac{d\Delta\sigma^h}{dE' d\Omega} = \frac{2M\nu\pi}{E'} h \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu}^A W_A^{\mu\nu} \\ &= h \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} \left[\lambda (2-y) \tilde{G}_1 - |\mathbf{S}_\perp| \sqrt{1-y} \frac{Q}{E} (\tilde{G}_1 + \tilde{G}_2) \right] \end{aligned}$$



Poi :

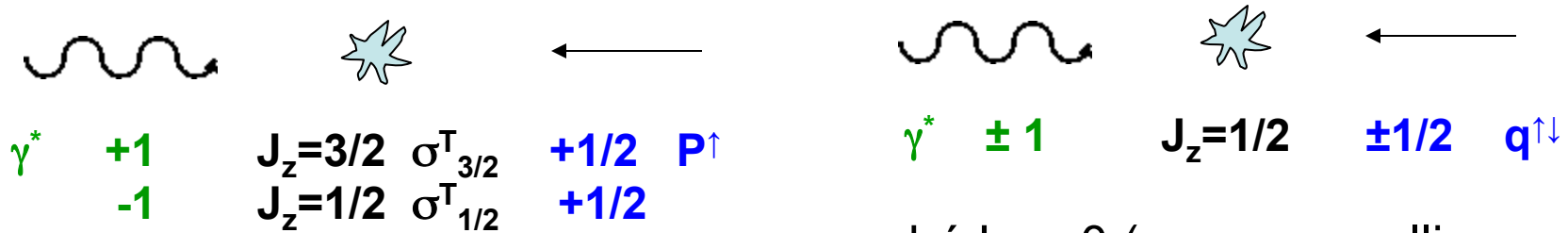
- scrivere sez. d'urto elementare per processo $\vec{e} \vec{q} \rightarrow e' q$
- scrivere convoluzione in ipotesi QPM di fattorizzazione
→ dedurre funzioni di struttura in termini di densità partoniche



oppure

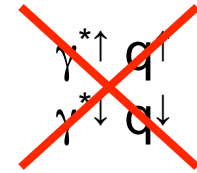


Metodo alternativo



perché $L_z = 0$ (processo collineare)
 → conservazione del momento angolare

quindi $\gamma^{*\uparrow} q^\downarrow \rightarrow q^\uparrow$
 $\gamma^{*\downarrow} q^\uparrow \rightarrow q^\downarrow$



$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{3/2}^T \leftrightarrow \gamma^{*\uparrow} P^\uparrow \propto \sum_f e_f^2 q_f^\downarrow \\ \sigma_{1/2}^T \leftrightarrow \gamma^{*\downarrow} P^\uparrow \propto \sum_f e_f^2 q_f^\uparrow \end{array} \right\} \rightarrow A_1 = \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} = \frac{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow - q_f^\downarrow)}{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow + q_f^\downarrow)}$$

$$= \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} \equiv \frac{g_1(x_B)}{f_1(x_B)}$$

distribuzione di elicità

$$g_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_{f,\bar{f}} e_f^2 [q_f^\uparrow(x_B) - q_f^\downarrow(x_B)]$$

Distribuzione di polarizzazione trasversa

procedura simile

$$\tilde{G}_1(x_B) + \tilde{G}_2(x_B) \equiv g_1(x_B) + g_2(x_B) = \frac{1}{2Mx_B} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 m_f [q_f^{\rightarrow}(x_B) - q_f^{\leftarrow}(x_B)]$$

risulta
$$-\frac{g_1(x)}{x} = \frac{\partial}{\partial x} [g_1(x) + g_2(x)]$$



relazione di Wandzura–Wilczek

$$g_2(x) = \int_x^1 \frac{dy}{y} g_1(y) - g_1(x)$$

regola di somma Burkhardt–Cottingham

$$\int_0^1 dx g_2(x) = 0$$



e in generale
$$\int_0^1 dx x^{J-1} \left[\frac{J-1}{J} g_1(x) + g_2(x) \right] = 0$$