

Riassunto lezione precedente

- i tableaux di Young
- G-parità e lo spettro mesonico secondo $SU(3) \otimes SU(2) = SU(6)$
- $SU(6)$ e lo spettro barionico; stato fondamentale 56_S a $P=+$ e l'ottetto a $S=1/2$ e decupletto a $S=3/2$
- moto orbitale dei quark; simmetria $SU(6) \otimes O(3)$; potenziale di oscillatore armonico e multipletti 56_S^+ , 70_M^- , 56_S^+ , ...
- $SU(6) \otimes O(3)$ e spettro mesonico; classificazione J^{PC}

Applicazioni: carica e momento magnetico del nucleone

il nucleone sta in $56_S = 10_S \otimes 4_S \oplus 8_{M_S} \otimes 2_{M_S}$ ed appartiene a $8_{M_S} \otimes 2_{M_S}$ quindi la sua funzione d'onda SU(6) è del tipo

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|X\rangle_{M_S} |\varphi\rangle_{M_S} + |X\rangle_{M_A} |\varphi\rangle_{M_A}) \quad (\text{vedi slide 8 - lez.3} \\ \text{con } |X\rangle_{M_S/A} \quad \text{da slide 9 - lez.2} \\ |\varphi\rangle_{M_S/A} \quad \text{da slide 7 - lez.2})$$

carica

$$e_N = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow | e_i | \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$



momento magnetico

$$\mu_N = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow | \mu e_i \sigma_{3i} | \chi_{M_S} \phi_{M_S}^\uparrow + \chi_{M_A} \phi_{M_A}^\uparrow \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} = \begin{vmatrix} \mu \\ -\frac{2}{3}\mu \end{vmatrix}$$

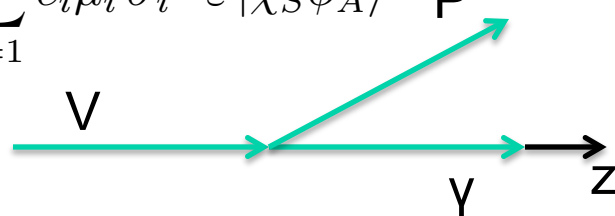


$$\frac{\mu_p}{\mu_n} = -\frac{3}{2} = -1.5 \leftrightarrow -\frac{2.79}{1.91} \approx -1.4607$$

Applicazioni: transizioni $V_{\text{meson}} \rightarrow P_{\text{meson}} + \gamma$

funz. d'onda SU(6) di mesone vettoriale V : $|\chi\rangle_A |\phi\rangle_S$
 di mesone pseudoscalare P : $|\chi\rangle_S |\phi\rangle_A$

ampiezza di transizione $A(V \rightarrow P\gamma) = \langle \chi_A \phi_S | \sum_{i=1}^2 e_i \mu_i \sigma_i \cdot \varepsilon | \chi_S \phi_A \rangle$



$\varepsilon =$ vettore di polarizzazione di γ
 $= -\frac{1}{\sqrt{2}}(1, i, 0)$

evidenza sperimentale per
 nonetto vettore isoscalare
 suggerisce combinazione
 di stati $(\mathbf{8}, \mathbf{1}), (\mathbf{1}, \mathbf{1})$:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_8 = \frac{1}{\sqrt{2}}(s\bar{s} - \bar{s}s)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_8 = \frac{1}{2}(u\bar{u} + d\bar{d} - \bar{u}u - \bar{d}d)$$



$$A(\omega_{J_z=\pm 1} \rightarrow \pi^0 \gamma) = \mp \mu$$

$$\text{exp} \propto \sum_{\text{spins}} |A|^2 = \frac{2}{3}\mu^2$$

$\mu = \mu_u = \mu_d$
 compatibile con $\mu \equiv \mu_p$, quindi
ipotesi di pure mixing $\phi(s\bar{s})$, $\omega(u\bar{u}+d\bar{d})$
**per mesoni vettori ha riscontro
 sperimentale**



$$\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{P} + \boldsymbol{\gamma}$$

$$A(\phi \rightarrow \pi\gamma) = 0$$

$$\text{exp : } \frac{\Gamma(\phi \rightarrow \pi\gamma)}{\Gamma(\omega \rightarrow \pi\gamma)} \approx 0.6\%$$



$$\frac{A(\rho \rightarrow \pi\gamma)}{A(\omega \rightarrow \pi\gamma)} = -\frac{1}{3} \implies \Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^0\gamma) = \frac{1}{9}\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)$$



$$\frac{A(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{A(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} = \frac{\mu_s + \mu}{\mu_s - 2\mu}$$

$\mu_s = \mu$
 $\mu_s \approx \frac{3}{5}\mu$
 $\mu_s = 0$

$\frac{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} = 4$
 $\frac{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} = \frac{1}{4}$

SU(3)_f esatta

exp : $\frac{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} \approx 1.3$

max rottura SU(3)_f

nonetto pseudoscalare isoscalare
in termini di stati $(\mathbf{8}, \mathbf{1})$, $(\mathbf{1}, \mathbf{1})$:
 $\eta = \cos\theta \eta_8 + \sin\theta \eta_1$

$$A(\omega \rightarrow \eta\gamma) = \frac{\mu}{3\sqrt{3}}(\cos\theta + \sqrt{2}\sin\theta)$$



$$A(\phi \rightarrow \eta\gamma) = \frac{2\mu_s}{3\sqrt{3}}(\sqrt{2}\cos\theta - \sin\theta)$$

$$A(\rho \rightarrow \eta\gamma) = \frac{\mu}{\sqrt{3}}(\cos\theta + \sqrt{2}\sin\theta)$$

$$\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{P} + \gamma$$

mesone vettore ha stessi n. quantici di γ , che quindi “contiene” una componente di quarkonio a spin 1; l’ampiezza di transizione $q\bar{q} \leftrightarrow \gamma$ è non nulla. Quindi $V_\gamma = \sqrt{3/2} (\frac{2}{3} u\bar{u} - \frac{1}{3} d\bar{d} - \frac{1}{3} s\bar{s}) \approx \gamma$ e calcolando $A(V_\gamma \rightarrow P + \gamma)$ si può dedurre $A(P \rightarrow \gamma\gamma)$.

$$A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = -\frac{\mu}{\sqrt{6}}$$

$$A(\eta_8 \rightarrow \gamma\gamma) = -\frac{1}{\sqrt{3}} A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$$

$$A(\eta_1 \rightarrow \gamma\gamma) = -2\sqrt{\frac{2}{3}} A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$$

quindi

$$\frac{A(\eta \rightarrow \gamma\gamma)}{A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)} = \frac{1}{\sqrt{3}} (\cos \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta)$$

$$\frac{\Gamma(\eta \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)} = \left(\frac{m_\eta}{m_\pi}\right)^3 \frac{1}{3} (\cos \theta + 2\sqrt{2} \sin \theta)^2$$

$$\text{exp. : } \theta \approx 15^\circ \Rightarrow \eta \approx \eta_8 (+ \dots)$$

