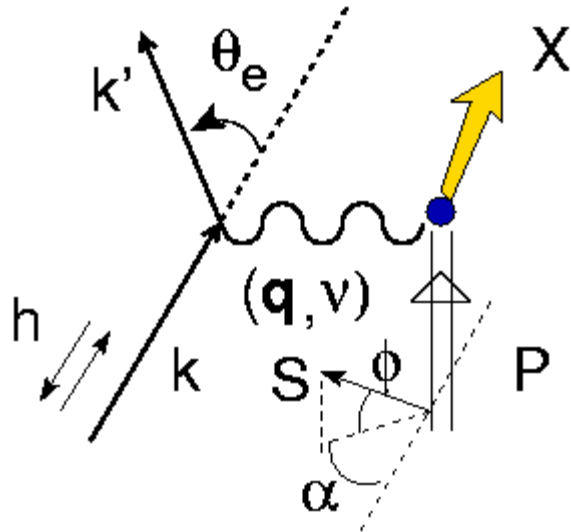


# Riassunto della lezione precedente

- $e^+e^-$  inclusivo : formalismo e interpretazione in QPM  
scaling della sezione d'urto totale  
rapporto  $R \rightarrow$  test di  $SU_c(3)$  e  $SU_f(N_f)$
- $e^+e^-$  semi-inclusivo : formalismo e interpretazione in QPM  
distribuzione angolare dell'adrone rivelato da processo elementare  
funz. frammentazione incognita da confronto con dati  
scaling in  $z$  della sez. d'urto e violazioni
- Semi-inclusive DIS (SIDIS) : formalismo e interpretazione in QPM  
ipotesi fattorizzazione  $\rightarrow$  universalità delle funz. partoniche  
confronto SIDIS –  $e^+e^-$  semi-inclusivo  $\rightarrow$  info sulle funz. frammentazione
- $e^+e^-$  semi-inclusiva in due adroni; sezione d'urto di jet;  
jet = fascio di adroni che portano frazione  $0 \leq z \leq 1$  dell'energia  
del partone che frammenta;  
direzione dell'asse del jet identifica direzione del partone che frammenta;  
direzione determinata dal processo elementare di QED

# DIS inclusivo polarizzato



se  $S=0 \rightarrow$  violazione della parità  
processo debole  $\rightarrow$  corrente  $V-A \rightarrow W^\mu v_A$

se  $S \neq 0 \rightarrow 2$  4-vettori  $P, q$  e  
1 4-pseudovettore  $S$  indipendenti  
struttura del tensore adronico più ricca

si sceglie  $S^\mu$  tale che  $S^2 = -1$  e  $S \cdot P = 0$

$$S^\mu = \frac{S \cdot q}{P \cdot q} \left( P^\mu - \frac{M^2}{P \cdot q} q^\mu \right) + S_\perp^\mu = \frac{\lambda}{M} \left( P^\mu - \frac{M^2}{P \cdot q} q^\mu \right) + S_\perp^\mu$$

elicita'

$$\lambda = M \frac{S \cdot q}{P \cdot q}$$

$$S \cdot P = 0 \rightarrow S_\perp \cdot P = 0$$

$$S^2 \sim -(\lambda^2 + S_\perp^2) = -1$$



# Tensore adronico

$S = \frac{1}{2} \rightarrow W^{\mu\nu}$  è al più lineare in  $S$ , perchè è matrice  $2 \times 2$  in spazio di spin

$\Rightarrow$  espansione sulla base delle matrici  $\sigma$  di Dirac

$$W^{\mu\nu} = \sum_{\alpha\alpha'} W_{\alpha\alpha'}^{\mu\nu} \rho_{\alpha\alpha'} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\alpha'} W_{\alpha\alpha'}^{\mu\nu} (1 + \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\sigma})_{\alpha\alpha'}$$

matrice densità di spin del target

vettore di polarizzazione

$$P_i = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = \langle \sigma_i \rangle = \text{Tr}(\rho \sigma_i)$$

- $S^\mu$  coplanar with scattering plane  $\rightarrow \phi = 0$
- hermiticity del tensore
- invarianza per trasformazioni di parità
- invarianza per trasformazioni di time-reversal
- conservazione della corrente



# Tensore adronico (continua)

$$W^{\mu\nu} = W^{\mu\nu}_S + W^{\mu\nu}_A$$

$$W^{\mu\nu}_S = \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) W_1 + \frac{\tilde{P}^\mu \tilde{P}^\nu}{M^2} W_2$$

$$\tilde{P}^\mu = P^\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\mu$$

$$W^{\mu\nu}_A = i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho [A_1 S_\sigma + A_2 P_\sigma]$$

$\uparrow$  scalare                       $\nwarrow$  pseudoscalare

$$W^{\mu\nu}_A = i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_\sigma \left[ \underline{M G_1(\nu, Q^2)} + \frac{P \cdot q}{M} \underline{G_2(\nu, Q^2)} \right]$$

$$- i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \frac{S \cdot q}{M} G_2(\nu, Q^2)$$

$$= i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \lambda G_1(\nu, Q^2)$$

$$+ i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_{\perp\sigma} \left[ M G_1(\nu, Q^2) + \frac{P \cdot q}{M} G_2(\nu, Q^2) \right]$$



# Ampiezza di scattering

leptone polarizzato con elicità  $h=\pm$

tensore leptonico :  $L_{\mu\nu} = L_{\mu\nu}^S \pm L_{\mu\nu}^A$ 

$$L_{\mu\nu}^S = 2k_\mu k'_\nu + 2k_\nu k'_\mu - 2k \cdot k' g_{\mu\nu}$$

$$L_{\mu\nu}^A = 2i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k^\rho k'^\sigma$$

$$L_{\mu\nu}^S W^{\mu\nu}_S \rightarrow \frac{d\sigma^0}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha^2}{Q^4} E'^2 \left( 2 \sin^2 \frac{\theta_e}{2} W_1 + \cos^2 \frac{\theta_e}{2} W_2 \right)$$

$$L_{\mu\nu}^A W^{\mu\nu}_A \rightarrow L_{\mu\nu}^A i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_\sigma \stackrel{\text{TRF}}{=} 8EE' \sin^2 \frac{\theta_e}{2} S \cdot (k + k')$$

$$L_{\mu\nu}^A (-i)\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \stackrel{\text{TRF}}{=} -8EE' \sin^2 \frac{\theta_e}{2} P \cdot (k + k')$$



$$L_{\mu\nu}^A W_A^{\mu\nu} = 8EE' \sin^2 \frac{\theta_e}{2} \left[ \left( M G_1 + \frac{P \cdot q}{M} G_2 \right) S \cdot (k + k') - \frac{G_2}{M} S \cdot q P \cdot (k + k') \right]$$

## Sezione d'urto

$$\begin{cases} k = (E, 0, 0, E) \\ k' = (E', E' \sin \theta_e, 0, E' \cos \theta_e) \\ \hat{S} = (0, \sin \alpha \cos \phi, \sin \alpha \sin \phi, \cos \alpha) \end{cases} \quad \text{coplanar} \rightarrow \phi = 0$$

$$S \cdot (k + k') = -E' (\cos \theta_e \cos \alpha + \sin \theta_e \sin \alpha) - E \cos \alpha$$

$$P \cdot (k + k') = M (E + E')$$

$$S \cdot q = E' (\cos \theta_e \cos \alpha + \sin \theta_e \sin \alpha) - E \cos \alpha$$



$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\sigma^h}{dE' d\Omega} = & -h \frac{2\alpha^2}{Q^2} \frac{E'}{E} \left\{ \underline{\cos \alpha} \left[ (E + E' \cos \theta_e) M G_1 - Q^2 G_2 \right] \right. \\ & \left. + E' \sin \theta_e \underline{\sin \alpha} (M G_1 + 2E G_2) \right\} \end{aligned}$$



$$\alpha = 0 \leftrightarrow \mathbf{S} \parallel \mathbf{k}$$

$$\alpha = \pi/2 \leftrightarrow \mathbf{S} \perp \mathbf{k}$$

## Sezione d'urto (continua)

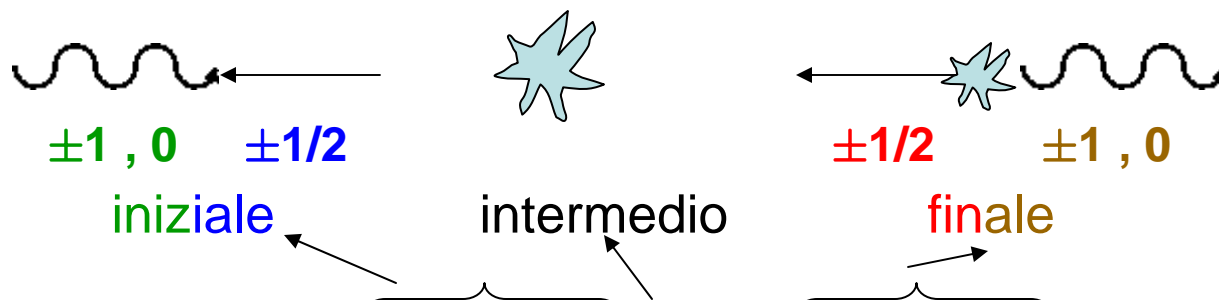
$$\frac{d\sigma^o}{dE' d\Omega}, \frac{d\Delta\sigma^{h\pm}}{dE' d\Omega} \implies F_1, F_2, G_1, G_2$$

perchè 4 funzioni di struttura  $F_1, F_2, G_1, G_2$  ?

sezione d'urto totale per assorbimento di  $\gamma^*$  :  $\sigma_{\text{tot}} (\gamma^* N)$

teorema ottico :  $\sigma_{\text{tot}} (\gamma^* N) \propto \text{Im} [ f(\theta_e=0) \text{ Compton } ]$

$f(\theta_e = 0, \vec{q}, \vec{N})$



	1	+1	+1/2	+3/2	+1	+1/2
1	1	+1	+1/2	+3/2	+1	+1/2
2	2	+1	-1/2	+1/2	+1	-1/2
3	3	+1	-1/2	+1/2	0	+1/2
4	4	0	+1/2	+1/2	+1	-1/2
5	5	0	+1/2	+1/2	0	+1/2

legati da time-reversal  
 $\rightarrow$  4 strutture indipendenti

# Asimmetrie di elicità

riarrangiamento delle 4 combinazioni indipendenti



$$\begin{aligned}
 \left[ \left(1, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(1, \frac{1}{2}\right) \right] + \left[ \left(1, -\frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(1, -\frac{1}{2}\right) \right] &\equiv W_T = W_1 = \sigma_{3/2}^T + \sigma_{1/2}^T \\
 \left(0, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(0, \frac{1}{2}\right) &\equiv W_L = \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) W_2 - W_1 = \sigma_{1/2}^L \\
 \left[ \left(1, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(1, \frac{1}{2}\right) \right] - \left[ \left(1, -\frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(1, -\frac{1}{2}\right) \right] &\equiv W_{TT} = -\nu M G_1 + Q^2 G_2 = \sigma_{3/2}^T - \sigma_{1/2}^T \\
 \left(1, -\frac{1}{2}\right) \rightarrow \left(0, \frac{1}{2}\right) &\equiv W_{LT} = \sqrt{2Q^2} (M G_1 + \nu G_2) = \sigma_{1/2}^{LT}
 \end{aligned}$$

elicità di  $\gamma^*$   $\rightarrow \sigma_{J_z}^{\lambda_{\gamma^*}}$   
intermedio  $\nearrow$

asimmetrie di elicità

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} = -\frac{W_{TT}}{W_T} = \frac{\nu M G_1 - Q^2 G_2}{W_1} & 1 \geq |A_1| \\
 A_2 &= \frac{W_{LT}}{W_T} = \frac{\sqrt{2Q^2} (M G_1 + \nu G_2)}{W_1} & R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \geq |A_2| = \frac{\sigma_{LT}}{\sigma_T}
 \end{aligned}$$



# Accesso sperimentale alle asimmetrie

$$S \parallel k \rightarrow \alpha = 0$$

misura sperimentale accede a



$$A_{\parallel} = \frac{d\sigma^{\uparrow\uparrow} - d\sigma^{\uparrow\downarrow}}{d\sigma^{\uparrow\uparrow} + d\sigma^{\uparrow\downarrow}} = \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} A_1 + \frac{\epsilon Q}{E(1 + \epsilon R)} A_2$$

$$A_{\perp} = \frac{d\sigma^{\uparrow\leftarrow} - d\sigma^{\uparrow\rightarrow}}{d\sigma^{\uparrow\leftarrow} + d\sigma^{\uparrow\rightarrow}} = \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} \sqrt{2\epsilon(1 + \epsilon)} A_2 - \frac{\epsilon Q}{E(1 + \epsilon R)} \sqrt{\frac{(1 + \epsilon)^3}{2\epsilon}} A_1$$

$$S \perp k \rightarrow \alpha = \pi/2$$

polarizz. lineare di  $\gamma^*$   $\epsilon = \left[ 1 + 2 \frac{q^2}{Q^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]^{-1}$

$$R = \frac{W_L}{W_T} = \left( 1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) \frac{W_2}{W_1} - 1$$

inversione



$$A_1 = \frac{2(E - E'\epsilon) E (1 + \epsilon R)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\parallel} - \sqrt{\frac{2\epsilon}{1 + \epsilon}} \frac{QE(1 + \epsilon R)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\perp}$$

$$A_2 = \frac{E (1 + \epsilon R) Q (1 + \epsilon)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\parallel} + \sqrt{\frac{2}{\epsilon(1 + \epsilon)}} \frac{(E - E'\epsilon) E (1 + \epsilon R)}{2(E - E'\epsilon)^2 + \epsilon(1 + \epsilon) Q^2} A_{\perp}$$

misura di  $Q^2$ ,  $\epsilon$ ,  $R$ ,  $A_{\parallel}$ ,  $A_{\perp} \Rightarrow A_1$ ,  $A_2$

# Limite DIS

$\nu, Q^2 \rightarrow \infty$  con  $x_B$  fisso

scaling :

$$\begin{aligned} MW_1(\nu, Q^2) &\rightarrow F_1(x_B) & M^2\nu G_1(\nu, Q^2) &\rightarrow \tilde{G}_1(x_B) \\ \nu W_2(\nu, Q^2) &\rightarrow F_2(x_B) & M\nu^2 G_2(\nu, Q^2) &\rightarrow \tilde{G}_2(x_B) \end{aligned}$$

(vedi espressioni di  $A_1$  e  $A_2$ )

scaling delle asimmetrie di elicità :



$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\nu M G_1(\nu, Q^2) - Q^2 G_2(\nu, Q^2)}{W_1(\nu, Q^2)} \rightarrow \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} - \frac{2Mx_B}{\nu} \frac{\tilde{G}_2(x_B)}{F_1(x_B)} \rightarrow \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} \\ A_2 &= Q \frac{M G_1(\nu, Q^2) + \nu G_2(\nu, Q^2)}{W_1(\nu, Q^2)} \rightarrow \sqrt{\frac{2Mx_B}{\nu}} \frac{\tilde{G}_1(x_B) + \tilde{G}_2(x_B)}{F_1(x_B)} \rightarrow 0 \end{aligned}$$

## QPM picture

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\sigma^h}{dx_B dy} &= \frac{2M\nu\pi}{E'} \frac{d\Delta\sigma^h}{dE' d\Omega} = \frac{2M\nu\pi}{E'} h \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu}^A W_A^{\mu\nu} \\ &= h \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} \left[ \lambda (2-y) \tilde{G}_1 - |\mathbf{S}_\perp| \sqrt{1-y} \frac{Q}{E} (\tilde{G}_1 + \tilde{G}_2) \right]\end{aligned}$$



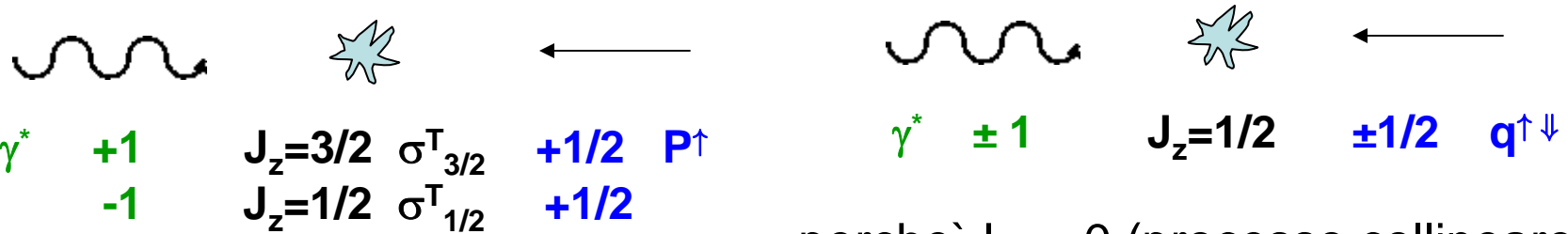
Poi :

- scrivere sez. d'urto elementare per processo  $\vec{e} \vec{q} \rightarrow e' q$
- scrivere convoluzione in ipotesi QPM di fattorizzazione  
→ dedurre funzioni di struttura in termini di  
densità partoniche

oppure



## Metodo alternativo



perche'  $L_z = 0$  (processo collineare)  
 → conservazione del momento angolare

Quindi  $\gamma^* \uparrow q^\downarrow \rightarrow q^\uparrow$   
 $\gamma^* \downarrow q^\uparrow \rightarrow q^\downarrow$



$$\left. \begin{aligned} \sigma_{3/2}^T &\leftrightarrow \gamma^* \uparrow P^\uparrow \propto \sum_f e_f^2 q_f^\downarrow \\ \sigma_{1/2}^T &\leftrightarrow \gamma^* \downarrow P^\uparrow \propto \sum_f e_f^2 q_f^\uparrow \end{aligned} \right\} \rightarrow A_1 = \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} = \frac{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow - q_f^\downarrow)}{\sum_{f,\bar{f}} e_f^2 (q_f^\uparrow + q_f^\downarrow)}$$

$$= \frac{\tilde{G}_1(x_B)}{F_1(x_B)} \equiv \frac{g_1(x_B)}{f_1(x_B)}$$

distribuzione di elicità'  $g_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_{f,\bar{f}} e_f^2 [q_f^\uparrow(x_B) - q_f^\downarrow(x_B)]$

# Distribuzione di spin trasverso

procedura simile

$$\tilde{G}_1(x_B) + \tilde{G}_2(x_B) \equiv g_1(x_B) + g_2(x_B) = \frac{1}{2Mx_B} \sum_{f, \bar{f}} e_f^2 m_f [q_f^{\rightarrow}(x_B) - q_f^{\leftarrow}(x_B)]$$

se  $p_T \neq 0$   $\gamma^{*\uparrow} q^{\uparrow}$ ,  $\gamma^{*\downarrow} q^{\downarrow}$  permesse



ad esempio per 1 flavor solo con  $q^{\uparrow}$

$p_T = 0$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} \\ &= \frac{\sum_{f, \bar{f}} e_f^2 (q_f^{\uparrow} - q_f^{\downarrow})}{\sum_{f, \bar{f}} e_f^2 (q_f^{\uparrow} + q_f^{\downarrow})} \sim \frac{q_f^{\uparrow}}{q_f^{\uparrow}} = 1 \end{aligned}$$

$p_T \neq 0$

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} \\ &= 1 - \frac{p_T^2}{E(E + m)} \sim 1 \end{aligned}$$



conclusione prematura !