

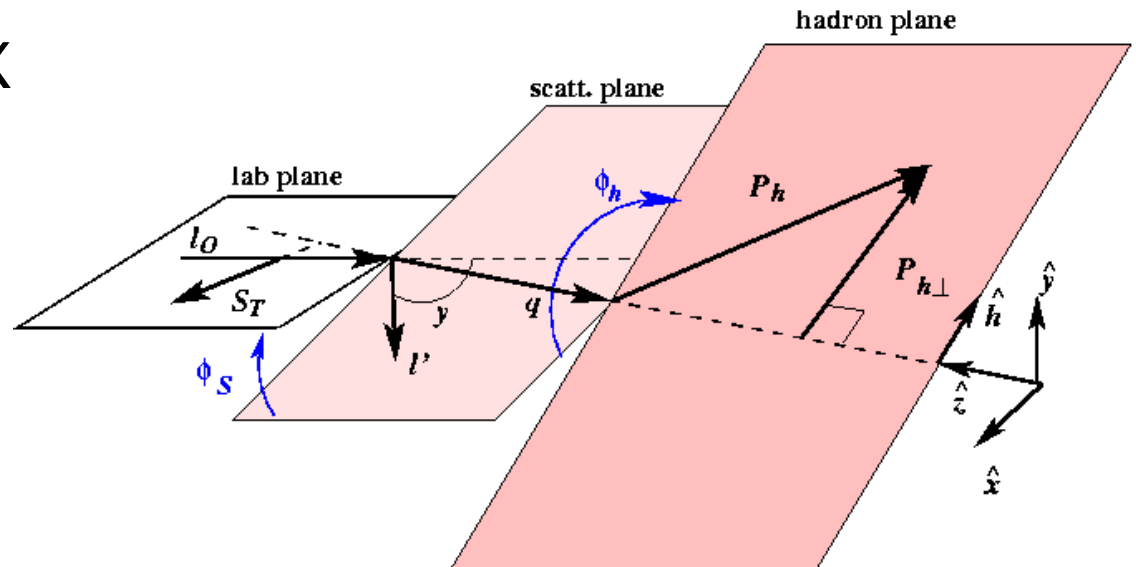
Riassunto della lezione precedente

- proprietà peculiari della trasversità; evoluzione tipica di PDF si non-singoletto
- estrazione di h_1 dai dati :
 - Drell-Yan polarizzato; SSA piccola; possibilità di usare antiprotoni
 - SIDIS \rightarrow funzioni di frammentazione (FF)
SSA con Λ ; ma meccanismo ignoto
- importanza del momento trasverso intrinseco dei partoni
 - \rightarrow sezione d'urto più ricca \rightarrow nuove possibilità
 - \rightarrow effetto Collins : meccanismo non perturbativo che lega spin del quark a moto orbitale dell'adrone finale

N.B. Funzione di Collins è anche T-odd
per FSI tra adrone e jet residuo
 \rightarrow nuova classe di funzioni

SIDIS $e p^\uparrow \rightarrow e' \pi X$

per avere l'effetto Collins
bisogna mantenere
la sez. d'urto
differenziale in $\mathbf{P}_{h\perp}$



$$\frac{d^6 \sigma_{OT}}{dx dy dz d\phi_S d\mathbf{P}_{h\perp}} = \frac{2\alpha^2}{sxy^2} \sum_{f,\bar{f}} e_f^2 \left\{ A(y) \mathcal{F} \left[f_1^f(x, \mathbf{p}_T^2) D_1^f(z, \mathbf{k}_T^2) \right] \right. \\ \left. + |\mathbf{S}_T| B(y) \sin(\phi_h + \phi_S) \mathcal{F} \left[\frac{\mathbf{k}_T \cdot \hat{\mathbf{P}}_{h\perp}}{M_h} h_1^f(x, \mathbf{p}_T^2) H_1^{\perp f}(z, \mathbf{k}_T^2) \right] \right\}$$

SSA

ϕ_C angolo di Collins

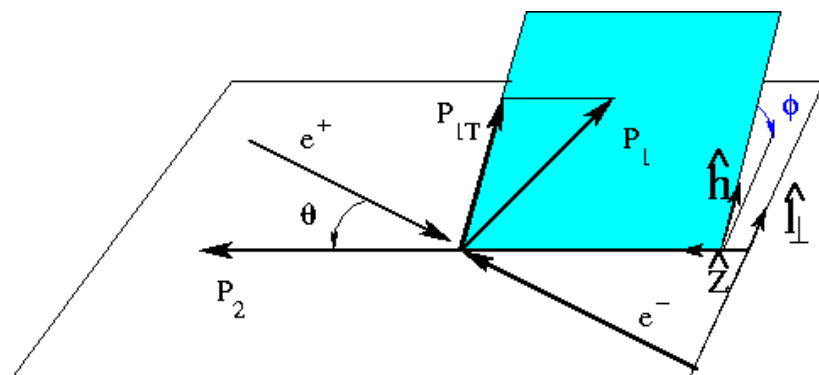
$$\frac{\int d\phi_S d\mathbf{P}_{h\perp} \frac{|\mathbf{P}_{h\perp}|}{M_h} \sin \phi_C (d\sigma^\uparrow - d\sigma^\downarrow)}{\int d\phi_S d\mathbf{P}_{h\perp} (d\sigma^\uparrow + d\sigma^\downarrow)} = |\mathbf{S}_T| \frac{B(y)}{A(y)} \frac{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 z h_1^f(x) H_1^{\perp f(1)}(z)}{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 f_1^f(x) D_1^f(z)}$$

$$H_1^{\perp(1)}(z) = \int d\mathbf{k}_T \frac{\mathbf{k}_T^2}{2M_h} H_1^\perp(z, \mathbf{k}_T) \quad 2$$

Trasversita' e funzione di Collins

incognita h_1 estraibile attraverso nuova incognita H_1^\perp ;
come avere informazioni su H_1^\perp ? \rightarrow Hp. di fattorizzazione e universalita'

consideriamo $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- X$

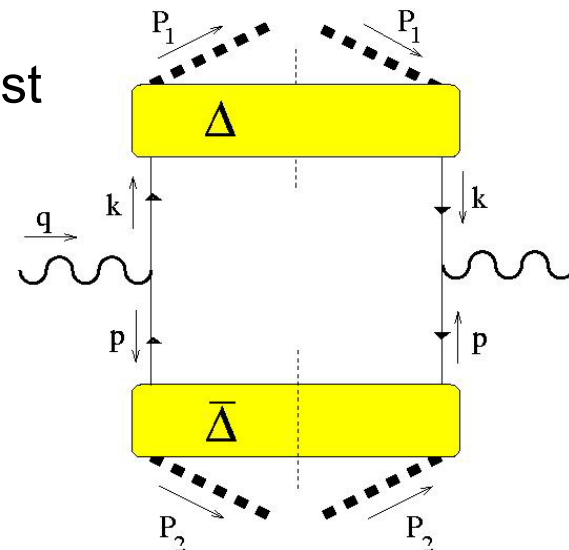


piano scattering

leading twist

$$z_1 = \frac{P_{h1}^-}{k_1^-}$$

$$z_2 = \frac{P_{h2}^+}{k_2^+}$$



SSA



$$\frac{\int d\phi d\mathbf{q}_T \mathbf{q}_T^2 \cos 2\phi \frac{d\sigma}{d\Omega dz_1 dz_2 d\mathbf{q}_T}}{\int d\phi d\mathbf{q}_T \frac{d\sigma}{d\Omega dz_1 dz_2 d\mathbf{q}_T}} = \frac{2 \sin^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} \frac{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 H_1^{\perp f(1)}(z_1) \bar{H}_1^{\perp f(1)}(z_2) + (1 \leftrightarrow 2)}{\sum_{f\bar{f}} e_f^2 D_1^f(z_1) \bar{D}_1^f(z_2) + (1 \leftrightarrow 2)}$$

nessuna misura di polarizzazione necessaria !

Invarianza per trasformazioni di $SU_c(3)$ di Φ e Δ

$$\Phi(x, S) = \int \frac{d^4 \xi}{2\pi} e^{-ixP^+ \xi^-} \langle P, S | \underbrace{\bar{\psi}(\xi^-) \psi(0)}_{\text{campi di quark a punti 4-dim. diversi}} | P, S \rangle \Big|_{\xi^+, \xi_\perp = 0}$$

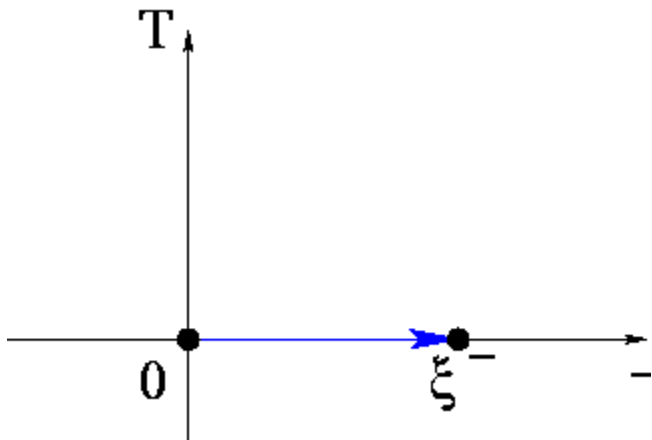
campi di quark a punti 4-dim. diversi
gauge invarianza per $SU_c(3)$



gauge-link (tower) operator

$$\bar{\psi}(\xi^-) \psi(0) \longrightarrow \bar{\psi}(\xi^-) U_{[0, \xi^-]} \psi(0) \equiv \bar{\psi}(\xi^-) \mathcal{P} e^{-ig \int_0^{\xi^-} dw \cdot A(w)} \psi(0)$$

$$\bar{\psi}(\xi^-) \sum_{n=0}^{\infty} (-ig)^n \int_0^{\xi^-} dw_1^- A^+(w_1) \dots \int_{w_{n-1}^-}^{\xi^-} dw_n^- A^+(w_n) \Big|_{w_i^+ = \xi^+ = 0, w_{iT} = \xi_T = 0_T} \psi(0)$$



\mathcal{P} = sviluppo dell'esponenziale
ordinando i cammini di integrazione :
 $A^+(\phi, \mathbf{A}_T) \rightarrow \text{twist } 2$
 \mathbf{A}_T (indipendente) $\rightarrow \text{twist } 3 \dots$

$A^+ = 0$ gauge \rightarrow def. precedente

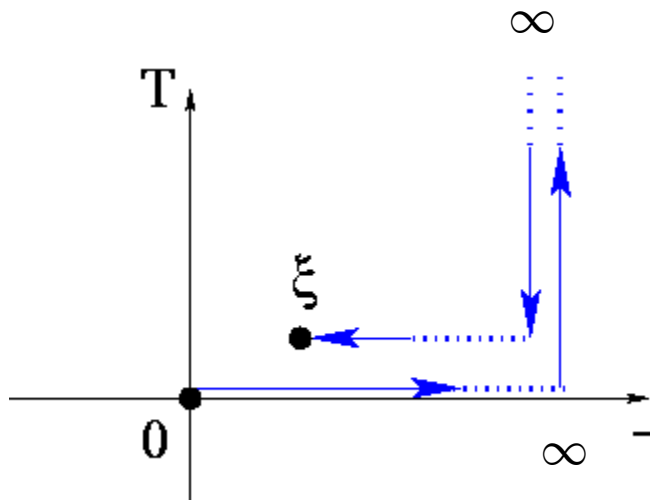
(continua)

$$\Phi(x, \mathbf{p}_T, S) = \int \frac{d^4 \xi}{(2\pi)^3} e^{-ixP^+ \xi^- + i\mathbf{p}_T \cdot \boldsymbol{\xi}_T} \underbrace{\langle P, S | \bar{\psi}(\xi) \psi(0) | P, S \rangle}_{\xi^+ = 0}$$



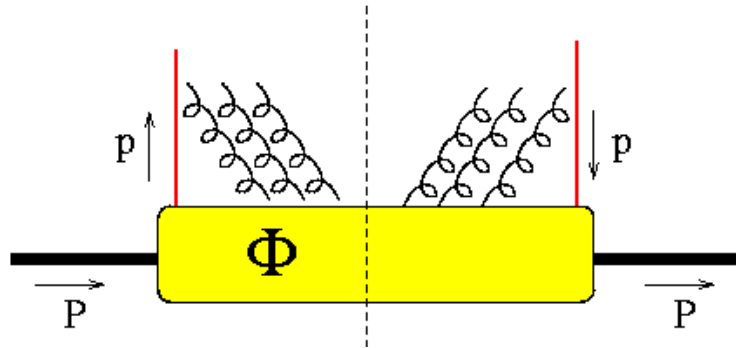
$$\bar{\psi}(\xi) \psi(0) \longrightarrow \bar{\psi}(\xi) U_{[0, \infty^-]} U_{[0, \infty T]} U_{[\infty T, \xi T]} U_{[\infty^-, \xi^-]} \psi(0)$$

$\equiv \bar{\psi}(\xi) \psi(0)$ interpretazione probabilistica
al twist 2 preservata

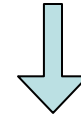


analisi in twist rivela che al twist 2
contribuiscono sia A^+ , che \mathbf{A}_T a
 $n_- = \infty$

(continua)



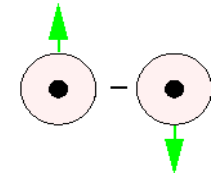
Φ invariante per trasformazioni di $SU_c(3)$



“FSI” tra quark e adrone
 \Rightarrow strutture **T-odd** permesse

(Boer, Mulders, Pijlman, N.P.**B667**('03)201)

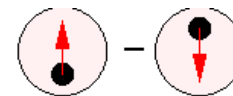
$$\Phi[\gamma^+](x, \mathbf{p}_T, S) = f_1(x, \mathbf{p}_T^2) + \frac{\mathbf{p}_T \times \mathbf{S}_T \cdot \hat{\mathbf{P}}}{M} f_{1T}^\perp(x, \mathbf{p}_T^2)$$



$$\Phi[\gamma^+ \gamma_5](x, \mathbf{p}_T, S) = \lambda g_{1L}(x, \mathbf{p}_T^2) + \frac{\mathbf{p}_T \cdot \mathbf{S}_T}{M} g_{1T}(x, \mathbf{p}_T^2)$$

$$\Phi[i\sigma^{i+} \gamma_5](x, \mathbf{p}_T, S) = S_T^i h_{1T}(x, \mathbf{p}_T^2) + \frac{p_T^i}{M} \left[\lambda h_{1L}^\perp(x, \mathbf{p}_T^2) + \frac{\mathbf{p}_T \cdot \mathbf{S}_T}{M} h_{1T}^\perp(x, \mathbf{p}_T^2) \right]$$

$$+ \frac{(\mathbf{p}_T \times \hat{\mathbf{P}})_i}{M} h_1^\perp(x, \mathbf{p}_T^2)$$

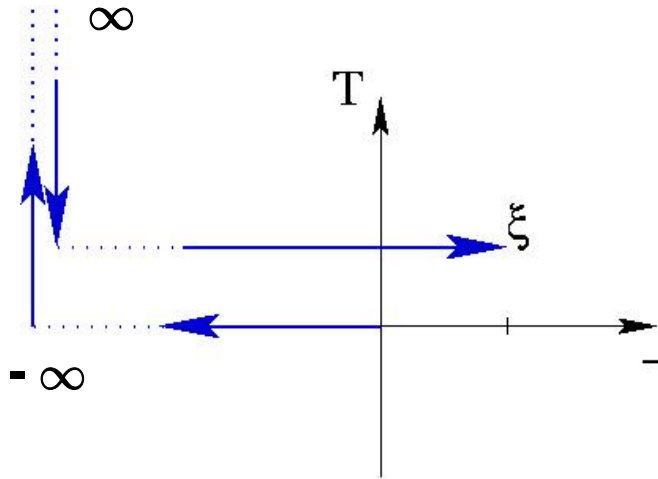


$$\int d\mathbf{p}_T (\text{T-odd}) = 0$$

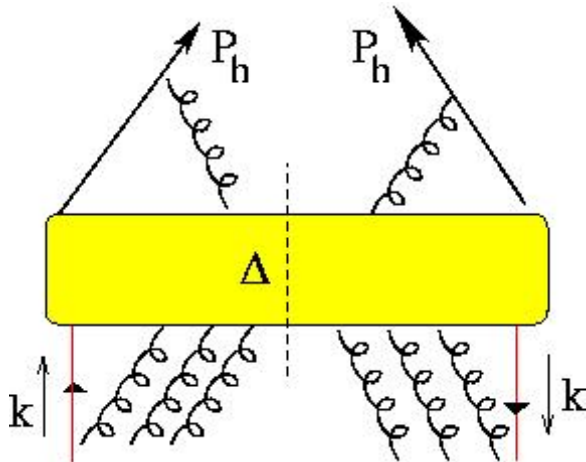
(continua)

analogamente

$$\Delta(z, \mathbf{k}_T) \rightarrow ..\psi(\xi)|..\rangle\langle..|\bar{\psi}(0).. \rightarrow ..U_{[-\infty^-, \xi^-]} U_{[\infty^T, \xi^T]} \bar{\psi}(\xi)|..\rangle\langle..|\bar{\psi}(0) \left(U_{[0, -\infty^-]} U_{[0, \infty^T]} \right)^\dagger ..$$



preserva interpretazione probabilistica
al twist 2 anche se strutture T-odd sono
già presenti

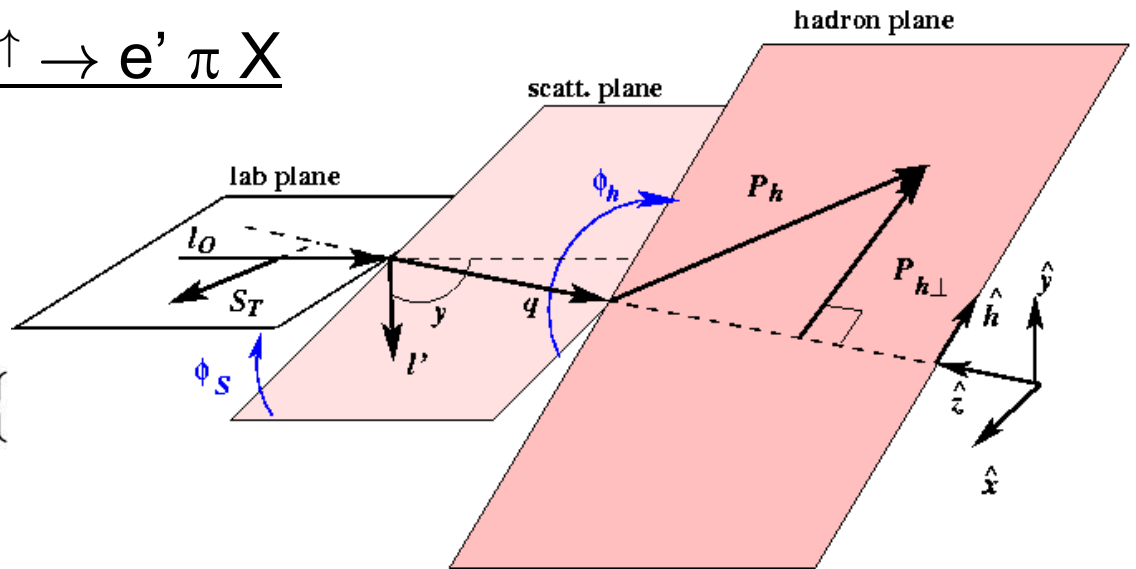


2 meccanismi sorgente di strutture T-odd:

1. FSI tra (adrone leading) – (jet residuo)
2. gluoni soft sul light-cone durante processo di adronizzazione

Riconsideriamo SIDIS e $p^\uparrow \rightarrow e' \pi X$

$$\phi_S \neq 0, \pi$$



$$\begin{aligned} \frac{d^6 \sigma_{OT}}{dx dy dz d\phi_S d\mathbf{P}_{h\perp}} &= \frac{2\alpha^2}{sxy^2} \sum_{f\bar{f}} e_f^2 \{ \\ &A(y) \mathcal{F} [f_1^f(x, \mathbf{p}_T^2) D_1^f(z, \mathbf{k}_T^2)] \\ &- B(y) \cos 2\phi \mathcal{F} \left[\frac{2\hat{\mathbf{P}}_{h\perp} \cdot \mathbf{p}_T \hat{\mathbf{P}}_{h\perp} \cdot \mathbf{k}_T - \mathbf{p}_T \cdot \mathbf{k}_T}{M M_h} h_1^\perp f(x, \mathbf{p}_T^2) H_1^\perp f(z, \mathbf{k}_T^2) \right] \\ &+ |\mathbf{S}_T| \sin(\phi_h + \phi_S) \mathcal{F} \left[\frac{\mathbf{k}_T \cdot \hat{\mathbf{P}}_{h\perp}}{M_h} h_1^f(x, \mathbf{p}_T^2) H_1^\perp f(z, \mathbf{k}_T^2) \right] \\ &+ |\mathbf{S}_T| \sin(\phi_h - \phi_S) \mathcal{F} \left[\frac{\mathbf{p}_T \cdot \hat{\mathbf{P}}_{h\perp}}{M} f_{1T}^\perp f(x, \mathbf{p}_T^2) D_1^f(z, \mathbf{k}_T^2) \right] \\ &+ |\mathbf{S}_T| \sin(3\phi_h - \phi_S) \mathcal{F} \left[\frac{4(\hat{\mathbf{P}}_{h\perp} \cdot \mathbf{p}_T)^2 \hat{\mathbf{P}}_{h\perp} \cdot \mathbf{k}_T - 2\hat{\mathbf{P}}_{h\perp} \cdot \mathbf{p}_T \mathbf{p}_T \cdot \mathbf{k}_T - \mathbf{p}_T^2 \hat{\mathbf{P}}_{h\perp} \cdot \mathbf{k}_T}{M^2 M_h} \right. \\ &\quad \left. \times h_{1T}^\perp f(x, \mathbf{p}_T^2) H_1^\perp f(z, \mathbf{k}_T^2) \right] \} \end{aligned}$$

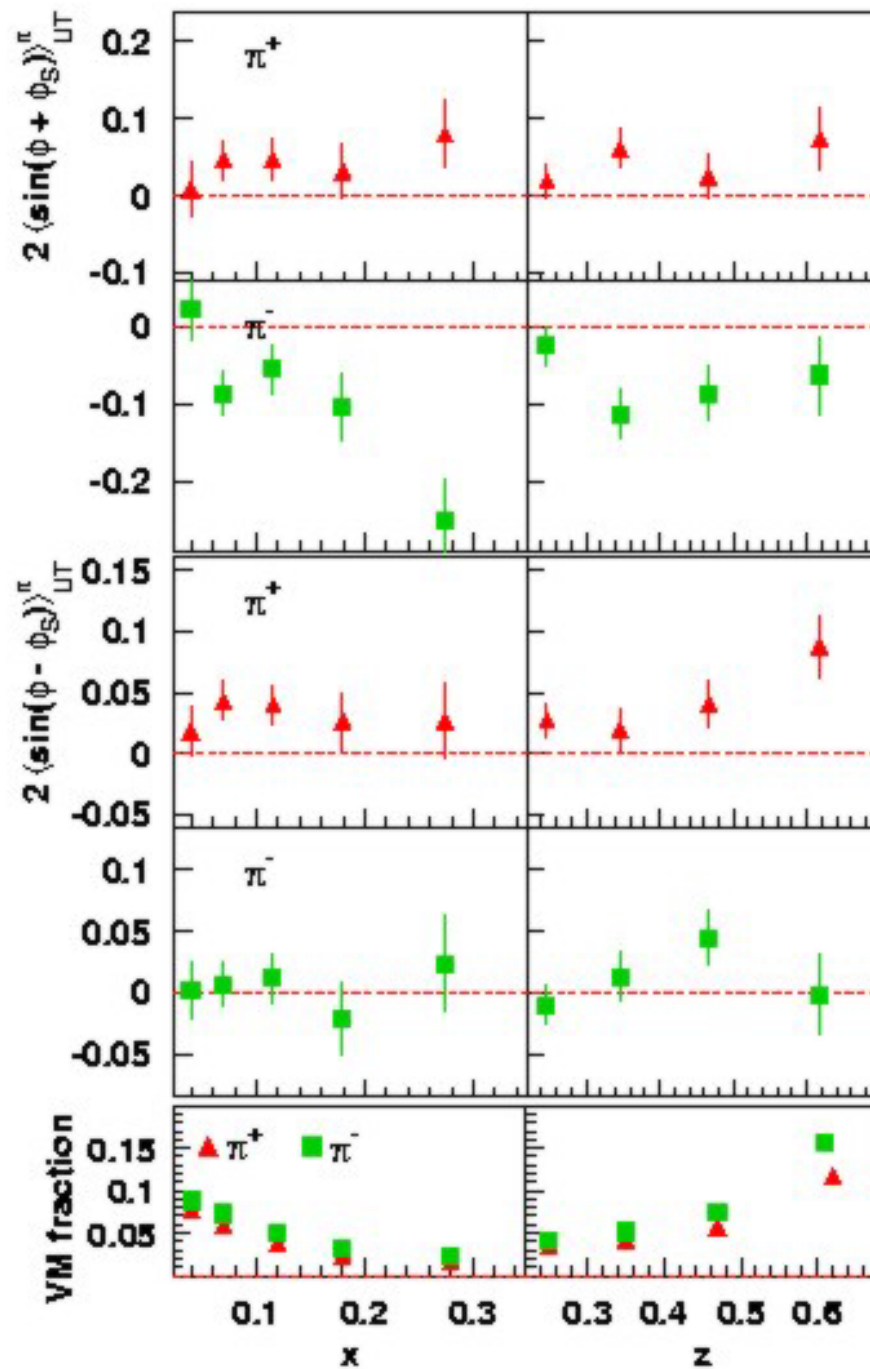
← effetto Collins

← effetto Sivers

i due effetti sono separabili in linea di principio ; operativamente ci sono difficoltà

$$e p^{\uparrow} \rightarrow e' \pi^{\pm} X$$

Airapetian *et al.*, HERMES
hep-ex/0408013



collisione $p p^\uparrow \rightarrow \pi X$



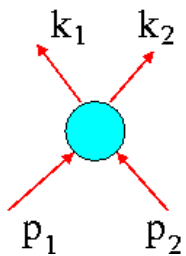
$$\frac{d\sigma}{dt d\phi_S d\mathbf{P}_{h\perp}} = \int dx_1 dx_2 dz_1 dz_2 \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \delta(z_2 - 1) \delta_{\chi'_2 \eta'_2} \delta(\mathbf{k}_{2T})$$

$$\mathcal{F} \left[\Phi(x_1, \mathbf{p}_{1T})_{\eta_1 \chi_1} \bar{\Phi}(x_2, \mathbf{p}_{2T}, S_2)_{\eta_2 \chi_2} \left(\frac{d\sigma^{el}}{d\hat{t} d\mathbf{p}_{1T} d\mathbf{p}_{2T}} \right)_{\chi_1 \chi_2 \rightarrow \chi'_1 \chi'_2}^{\eta_1 \eta_2 \rightarrow \eta'_1 \eta'_2} \Delta(z_1, \mathbf{k}_{1T})_{\eta'_1 \chi'_1} \right] + (1 \leftrightarrow 2)$$

$$s = (P_1 + P_2)^2 \sim 2P_1 \cdot P_2 \rightarrow \hat{s} = x_1 x_2 s$$

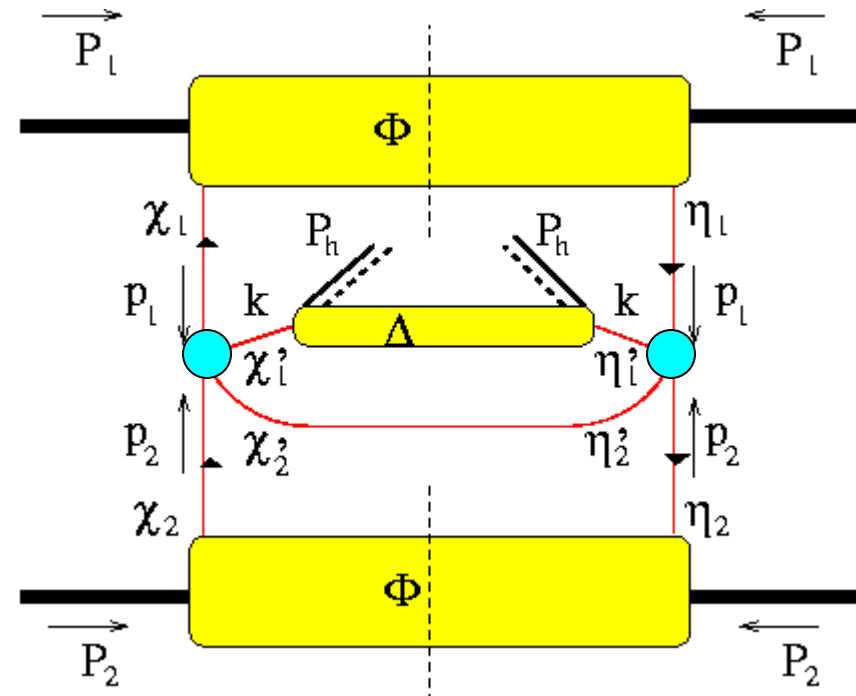
$$t = (P_1 - P_h)^2 \sim -2P_1 \cdot P_h \rightarrow \hat{t} = \frac{x_1}{z} t$$

$$u = (P_2 - P_h)^2 \sim -2P_2 \cdot P_h \rightarrow \hat{u} = \frac{x_2}{z} u$$



$$\left(\frac{d\sigma^{el}}{d\hat{t} d\mathbf{p}_{1T} d\mathbf{p}_{2T}} \right) \begin{array}{ll} qq \rightarrow qq \\ qq' \rightarrow qq' \\ q\bar{q} \rightarrow q\bar{q} \\ qg \rightarrow qg \\ \dots \end{array}$$

dipendenza da \mathbf{p}_T introduce
un fattore $1/Q$; quindi anche se
 Φ e Δ al twist 2 $\rightarrow d\sigma$ soppressa ; inoltre...




(continua)

$p p^\uparrow \rightarrow \pi^0 X$: al twist 2 ci sono tre possibili sorgenti di SSA

k_T stato finale

$$SSA \sim \frac{\bar{\sum}_{f,\bar{f}} h_1^f(x_1) \bar{f}_1^f(x_2) H_1^{\perp f(1)}(z)}{\bar{\sum}_{f,\bar{f}} f_1^f(x_1) \bar{f}_1^f(x_2)}$$

effetto Collins

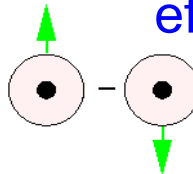


$$\bar{\sum} \equiv \sum + \sum(1 \leftrightarrow 2)$$

p_T stato iniziale

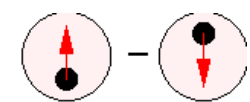
$$SSA \sim \frac{\bar{\sum}_{f,\bar{f}} f_{1T}^{\perp f}(x_1) \bar{f}_1^f(x_2) D_1^f(z)}{\bar{\sum}_{f,\bar{f}} f_1^f(x_1) \bar{f}_1^f(x_2)}$$


effetto Sivers



$$SSA \sim \frac{\bar{\sum}_{f,\bar{f}} h_1^{\perp f}(x_1) \bar{h}_1^f(x_2) D_1^f(z)}{\bar{\sum}_{f,\bar{f}} f_1^f(x_1) \bar{f}_1^f(x_2)}$$

Boer '99

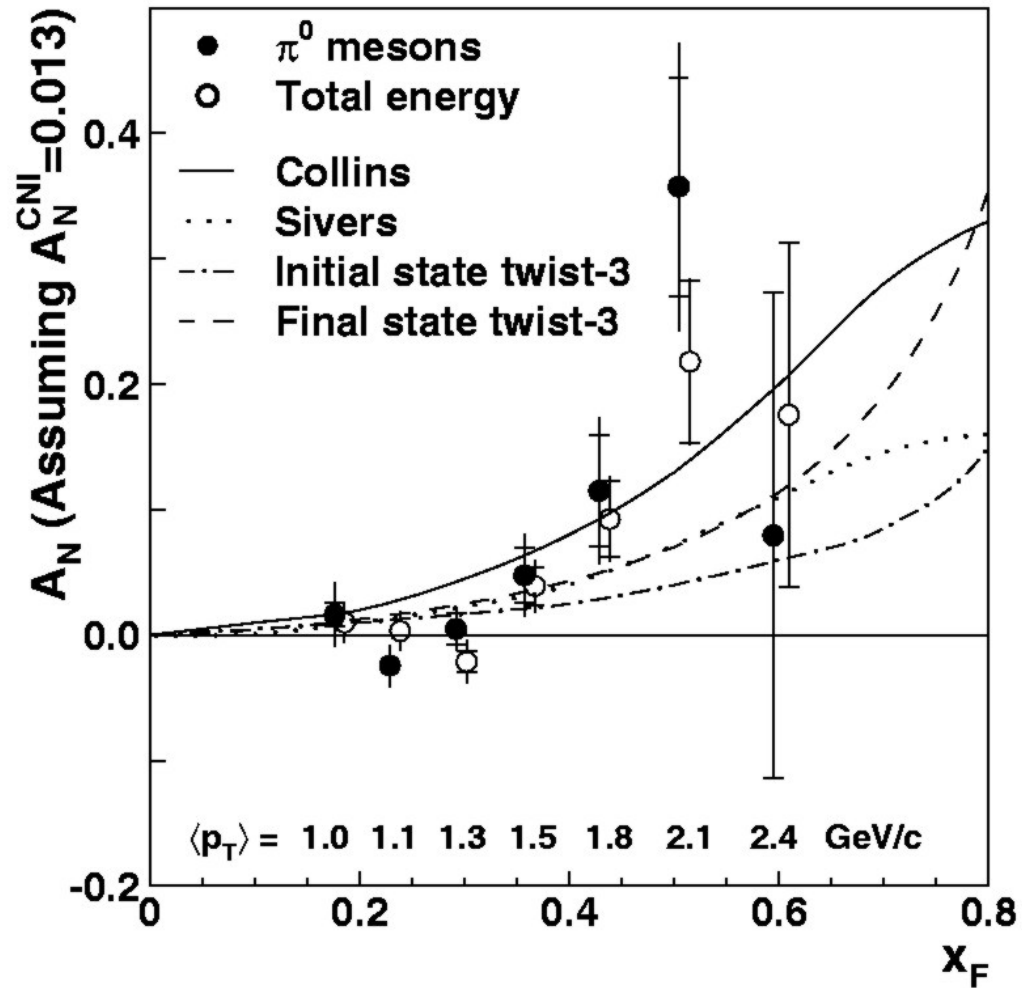


qual e' il meccanismo responsabile dell'asimmetria azimutale nella produzione di π^0 osservata nella reazione $pp^\uparrow \rightarrow \pi^0 X$? 

assumere fattorizzazione e universalita' \rightarrow confronto SIDIS – DY 

$p p^\uparrow \rightarrow \pi^0 X$

Adams *et al.*, STAR
Phys. Rev. Lett. **92** ('04) 171801



$$A_N(x_F) \quad x_F = 2(p_\pi)_L / \sqrt{s}$$

Drell-Yan $p p^{(\uparrow)} \rightarrow l^+ l^- X$

assumendo la fattorizzazione (teoremi non dimostrati per processi hard dipendenti da momenti trasversi) \rightarrow universalita' delle PDF

$$pp^{\uparrow} \rightarrow l^+ l^- X$$



$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dx_1 dx_2 d\Omega d\mathbf{q}_T} = & \frac{\alpha^2}{3Q^2} \sum_{f\bar{f}} e_f^2 \left\{ A(y) \mathcal{F} \left[f_1^f(x_1, \mathbf{p}_{1T}^2) \bar{f}_1^f(x_2, \mathbf{p}_{2T}^2) \right] \right. \\ & + B(y) \cos 2\phi \mathcal{F} \left[(\bar{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{p}_{1T} \bar{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{p}_{2T} - \mathbf{p}_{1T} \cdot \mathbf{p}_{2T}) \underbrace{h_1^{\perp f}}_{\text{blue}}(x_1, \mathbf{p}_{1T}^2) \underbrace{\bar{h}_1^{\perp f}}_{\text{green}}(x_2, \mathbf{p}_{2T}^2) \right] \\ & + |\mathbf{S}_{1T}| A(y) \sin(\phi - \phi_{s1}) \mathcal{F} \left[\frac{\hat{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{p}_{1T}}{M_1} \underbrace{f_{1T}^{\perp f}}_{\text{blue}}(x_1, \mathbf{p}_{1T}^2) \bar{f}_1^f(x_2, \mathbf{p}_{2T}^2) \right] \\ & - |\mathbf{S}_{1T}| B(y) \sin(\phi + \phi_{s1}) \mathcal{F} \left[\frac{\hat{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{p}_{2T}}{M_2} \underbrace{h_1^f}_{\text{red}}(x_1, \mathbf{p}_{1T}^2) \underbrace{\bar{h}_1^{\perp f}}_{\text{green}}(x_2, \mathbf{p}_{2T}^2) \right] \\ & + \dots \left. \right\} \end{aligned}$$

serve

SSA per confrontare
trasversita' con
 $ep^{\uparrow} \rightarrow e'\pi X$ o
 $pp^{\uparrow} \rightarrow \pi X$

SSA per confrontare
funzione di Sivers
con $ep^{\uparrow} \rightarrow e'\pi X$ o
 $pp^{\uparrow} \rightarrow \pi X$

Violazione della regola di somma di Lam-Tung

dati per Drell-Yan non polarizzato raccolti dalla collaborazione NA10 per $\pi^+ \pi^- W \rightarrow \mu^+ \mu^- X$ con $E_\pi = 120 \div 250$ GeV sono parametrizzabili come

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega} \propto 1 + \lambda \cos^2 \theta + \mu \sin^2 \theta \cos \phi + \frac{\nu}{2} \sin^2 \theta \cos 2\phi + o(\alpha_s)$$

$$\lambda \sim 1$$

$$\mu \ll \nu \sim 30\%$$

Falciano et al., NA10, Z.Phys. **C31**('86)513
Guanzioli et al., NA10, Z.Phys. **C37**('88)545

pQCD $\rightarrow \lambda \sim 1$; $\mu \sim \nu \sim 0$!

modelli basati su meccanismi a twist > 2 e/o rottura della fattorizzazione non giustificano $\nu \sim 30\%$!

$$\frac{d\sigma^o}{dx_1 dx_2 d\Omega d\mathbf{q}_T} \propto \sum_f \left\{ \mathcal{F} \left[f_1^f \bar{f}_1^f \right] + \dots \cos 2\phi \mathcal{F} \left[A(\mathbf{p}_{T_1}, \mathbf{p}_{T_2}) h_1^{\perp f} \bar{h}_1^{\perp f} \right] \dots \right\}$$

prodotto di **due** h_1^\perp (PDF al twist 2) ; ciascuna dipende da \mathbf{p}_T del quark polarizzato trasversalmente \rightarrow coinvolge $(\Delta L_z = 1) \times 2 \rightarrow \cos 2\phi$!

Dipendenza da momento trasverso intrinseco

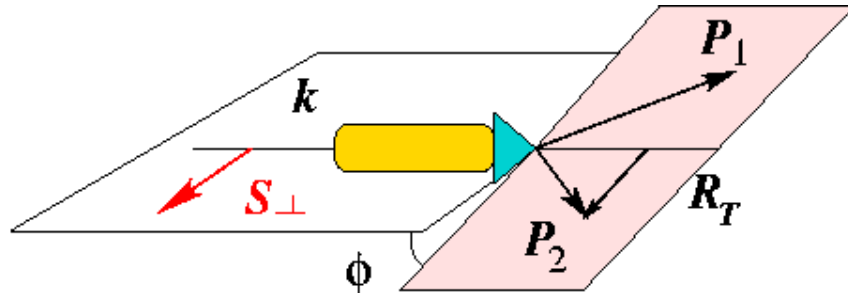
- per processi dove PDF e FF dipendono esplicitamente da momento trasverso intrinseco dei partoni, manca teorema di fattorizzazione
→ evoluzione delle PDF, delle FF e della relativa SSA non sono legate
- inoltre nel calcolo delle correzioni radiative → cancellazione tra contributi di gluoni soft reali e gluoni virtuali (fattorizzazione collineare) non succede → “rottura della fattorizzazione collineare”

calcolo implica $\propto \int_{|P_{h\perp}|}^{Q^2}$ → diluizione della SSA per $|P_{h\perp}| \ll Q^2$

- diversi effetti possono generare SSA e sovrapporsi; ad es., per $pp^\uparrow \rightarrow \pi X$
effetto Collins ($h_1 H_1^\perp$), effetto Sivers ($f_{1T}^\perp D_1$), effetto “Boer” ($h_1^\perp h_1$)
- in $pp^\uparrow \rightarrow \pi X$ le SSA sono soppresse per via della sez. d’urto elementare dipendente da \mathbf{p}_T intrinseci dei partoni
⇒ cercare SSA generata da partner chiral-odd di h_1 ma indipendente da momento intrinseco dei partoni

Dihadron fragmentation functions

SSA con due adroni leading (non polarizzati) nello stesso jet



asimmetria in
 $\sin \phi \propto \mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{S}_T = \mathbf{P}_h \times \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}_T$

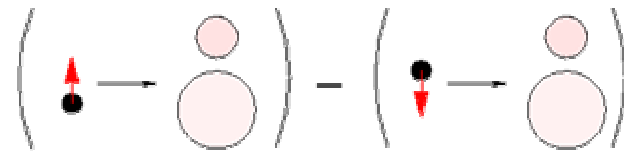
$$\mathbf{P}_h = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2} (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2)$$

(Collins et al., N.P.**B420**('94)565 ; Jaffe, Jin, Tang, P.R.L.**80**('98)1166 ;
 poi sviluppato in modo sistematico qui a Pavia)

$\int d\mathbf{P}_{h\perp} \rightarrow$ SSA in $\phi \equiv \phi_R \rightarrow$ fattorizzazione collineare (non c'è "diluizione"
 per fattori di forma di Sudakov)
 \rightarrow effetto Sivers non c'è \rightarrow segnale più "pulito"
 \rightarrow possibilità di avere SSA al twist 2 in annichilazione $pp^\uparrow \rightarrow (\pi\pi)X$

SSA generata dalla combinazione $h_1(x) H_1^{\nabla}(z, M_h^2)$



Effetto Sivers : dalle PDF alle **Generalized Parton Distributions (GPD)** (misura del momento angolare orbitale dei partoni)

possibile interpretazione:

- se adrone non è autostato di elicità ma è polarizzato \perp
- la GPD “ $E(\mathbf{p}_T..)$ ” (helicity flip) è trasformata di Fourier di $PDF(\mathbf{b}_\perp)$ distorta nel parametro di impatto
- quark $u(d)$ spostato giu' (su)
- momento angolare orbitale
- asimmetria nella deflessione

(Burkardt, Phys. Rev. **D66**('02) 114005)

