

Schema

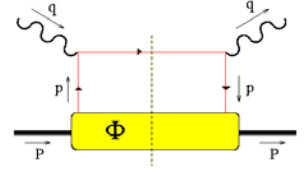
- riassunto precedente lezione
- le Parton Distribution Functions (PDF) e l'interpretazione probabilistica al leading twist
- caratteristiche peculiari della distribuzione di spin trasverso (trasversita`)
- come isolare la trasversita` al leading twist: asimmetrie di spin in Drell-Yan polarizzato oppure in processi semi-inclusivi
→ classificazione in twist delle funzioni di frammentazione (FF)
- IFM e PDF/FF con momento trasverso intrinseco → l'effetto Collins

- OPE : singularita` sul light-cone e classificazione dei diagrammi dominanti per DIS ed e^+e^- inclusivi ; definizione operativa di twist ; criterio operativo \rightarrow ricerca delle potenze in M/Q
- estensione del metodo di classificazione in twist a processi con evidente fattorizzazione \rightarrow approccio diagrammatico
- teoria di campo sul light-cone : dominanza di direzione light-cone “+”, boost all’IFM \rightarrow equivalenza di x, x_N, x_B , algebra di Dirac sul light-cone, proiettori di componenti “good” e “bad”, base di elicitita` e chiralita`
- DIS inclusivo: diagramma handbag dominante (\Leftrightarrow OPE) ; al leading twist equivalenza di boost all’IFM e quantizzazione sul light-cone; definizione di Parton Distribution Function (PDF) \rightarrow risultati di QPM
- decomposizione di operatore bilocale Φ ; definizione di operatori di proiezione al leading twist \rightarrow PDF’s al leading twist

(referenza utile: Jaffe, *1st Course on the Spin Structure of the Nucleon*, in “Ettore Majorana International School on Nucleon Structure”, hep-ph/9602236)

(approccio diagrammatico) DIS inclusivo asymptotic freedom $\rightarrow J^\mu \sim \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$

$$\begin{aligned}
 2MW^{\mu\nu} &= \frac{1}{2\pi} \int d^4\xi e^{iq\cdot\xi} \langle P|[J^\mu(\xi), J^\nu(0)]|P\rangle \\
 &= \sum_f e_f^2 \int d^4p \delta((p+q)^2 - m^2) \theta(p^0 + q^0 - m) \\
 &\quad \text{Tr} [\Phi(p, P) \gamma^\mu (\not{p} + \not{q} + m) \gamma^\nu + \bar{\Phi}(p, P) \gamma^\nu (\not{p} + \not{q} - m) \gamma^\mu]
 \end{aligned}$$



leading twist

$$Q^2 \rightarrow \infty \quad -g_\perp^{\mu\nu} \sum_f e_f^2 \frac{1}{2} \int dp^- dp_\perp \text{Tr} [(\Phi(p, P) - \bar{\Phi}(p, P)) \gamma^+] \Big|_{p^+ = xP^+}$$



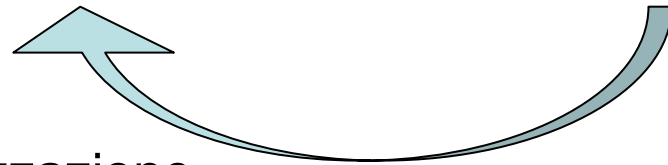
proiettore γ^+

$$\begin{aligned}
 &= -g_\perp^{\mu\nu} \sum_f e_f^2 \left\{ \frac{1}{4\pi} \int d^4\xi e^{-ixP^+\xi^-} \langle P|\bar{\psi}(\xi^-) \gamma^+ \psi(0)|P\rangle \Big|_{\xi^+, \xi_\perp=0} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{4\pi} \int d^4\xi e^{ixP^+\xi^-} \langle P|\bar{\psi}(0) \gamma^+ \psi(\xi^-)|P\rangle \Big|_{\xi^+, \xi_\perp=0} \right\}
 \end{aligned}$$



densita` di probabilita` con componenti "good" ϕ

$$-g_\perp^{\mu\nu} \sum_f e_f^2 [q_f(x) - \bar{q}_f(x)] = -g_\perp^{\mu\nu} \sum_f e_f^2 [q_f(x) + \bar{q}_f(x)]$$



risultato QPM

generalizzazione

$$q(x) \quad 1 \geq x \geq 0 \quad 0 \geq x \geq -1$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_q \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\bar{q}}$$

Ma quanti sono i contributi al leading twist ? O meglio, poiche' γ^+ proietta la densita' partonica $q(x)$ al twist 2, quali sono i proiettori al leading twist ?

- decomposizione della matrice di Dirac $\Phi(p, P, S)$ sulla base delle strutture di Dirac e dei 4-(pseudo)vettori p, P, S compatibilmente con Hermiticity e invarianza per parita' e time-reversal

$$\Phi(p, P, S) = \gamma^0 \Phi^\dagger(p, P, S) \gamma^0$$

$$\Phi(p, P, S) = \gamma^0 \Phi(\tilde{p}, \tilde{P}, -\tilde{S}) \gamma^0$$

$$\Phi^*(p, P, S) = i\gamma^1 \gamma^3 \Phi(\tilde{p}, \tilde{P}, \tilde{S}) i\gamma^1 \gamma^3$$

$$\tilde{a}^\mu = \delta^{\mu\nu} a_\nu$$

base di Dirac $\mathbf{1}, \gamma^\mu, \gamma_5, \gamma^\mu \gamma_5, i\sigma^{\mu\nu} \gamma_5$

$$\begin{aligned} \Phi(p, P, S) = & A_1 M + A_2 \not{P} + A_3 \not{p} + A_4 M \not{S} \gamma_5 + A_5 \frac{p \cdot S}{M} \not{P} \gamma_5 \\ & + A_6 \frac{p \cdot S}{M} \not{p} \gamma_5 + iA_7 \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 S^\mu P^\nu + iA_8 \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 S^\mu p^\nu + iA_9 \frac{p \cdot S}{M^2} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 P^\mu p^\nu \end{aligned}$$

$$\sim A_2 P^+ \gamma^- + A_3 p^+ \gamma^-$$

$\Phi[\gamma^+] \rightarrow \text{Tr}[\Phi \gamma^+]$ seleziona $q(x)$ con "good" LC ϕ

$$+ A_4 M \not{S} \gamma_5 + A_5 \frac{p \cdot S}{M} P^+ \gamma^- \gamma_5 + A_6 \frac{p \cdot S}{M} p^+ \gamma^- \gamma_5$$

$\Phi[\gamma^+ \gamma_5] \rightarrow \text{Tr}[\Phi \gamma^+ \gamma_5]$ seleziona $\Delta q(x)$

$$- iA_7 \sigma_{i-} \gamma_5 S^i P^+ - iA_8 \sigma_{i-} \gamma_5 S^i p^+ - iA_9 \frac{p \cdot S}{M^2} \sigma_{-i} \gamma_5 P^+ p^i$$

$\Phi[i\sigma^{i+} \gamma_5] \rightarrow \text{Tr}[\Phi i\sigma^{i+} \gamma_5]$ seleziona $\delta q(x)$

$$\frac{1}{2} \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P) \gamma^+] \Big|_{p^+ = xP^+}$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int d^4\xi e^{-ixP^+\xi^-} \langle P | \bar{\psi}(\xi^-) \gamma^+ \psi(0) | P \rangle \Big|_{\xi^+, \xi_\perp = 0}$$

$\equiv q_f(x)$ = probabilita` di trovare un quark con flavor f,
 frazione x del momento longitudinale
 (light-cone) P^+ dell'adrone

$$\frac{1}{2} \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P) \gamma^+ \gamma_5] \Big|_{p^+ = xP^+}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi} \int d^4\xi e^{-ixP^+\xi^-} \langle P | \bar{\psi}(\xi^-) \gamma^+ \gamma_5 \psi(0) | P \rangle \Big|_{\xi^+, \xi_\perp = 0}$$

$\equiv \lambda \Delta q_f(x)$ = densita` di probabilita` con elicita` λ

$$S^2 = -\lambda^2 - S_\perp^2 = -1$$

$$\frac{1}{2} \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P) i\sigma^{i+} \gamma_5] \Big|_{p^+ = xP^+}$$

$$= \frac{S_\perp^i}{4\pi} \int d^4\xi e^{-ixP^+\xi^-} \langle P | \bar{\psi}(\xi^-) i\sigma^{i+} \gamma_5 \psi(0) | P \rangle \Big|_{\xi^+, \xi_\perp = 0}$$

$\equiv S_\perp^i \delta q_f(x)$ = densita` di probabilita` con spin trasverso S_\perp

Riassumendo :
$$\Phi^{[\Gamma]}(x, S) = \frac{1}{2} \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P, S) \Gamma] \Big|_{p^+ = xP^+}$$

Proiezioni al leading twist
(coinvolgono le componenti
"good" ϕ)

$$\begin{aligned} \Phi^{[\gamma^+]}(x, S) &= q(x) \\ \Phi^{[\gamma^+ \gamma_5]}(x, S) &= \lambda \Delta q(x) \\ \Phi^{[i\sigma^{i+} \gamma_5]}(x, S) &= S_\perp^i \delta q(x) \end{aligned}$$

Proiezioni al twist 3

(coinvolgono le componenti
"good" ϕ e "bad" χ)

$$\begin{aligned} \Phi^{[\mathbf{1}]}(x, S) &= \frac{M}{P^+} e(x) \\ \Phi^{[\gamma^i \gamma_5]}(x, S) &= \frac{M}{P^+} S_\perp^i g_T(x) \\ \Phi^{[i\sigma^{+-} \gamma_5]}(x, S) &= \frac{M}{P^+} \lambda h_L(x) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \int dp^- d\mathbf{p}_\perp \text{Tr} [\Phi(p, P) \mathbf{1}] \Big|_{p^+ = xP^+} = \frac{M}{4\pi P^+} \int d^4\xi e^{-ixP^+ \xi^-} \langle P | \underbrace{\bar{\psi}(\xi^-) \psi(0)}_{\leftarrow} | P \rangle \Big|_{\xi^+, \xi_\perp = 0}$$

$$\psi^\dagger \gamma^0 \psi = \overline{\begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \sim \phi^\dagger \sigma_3 \chi \rightarrow \phi^\dagger \sigma_3 (D+m) \phi$$

Al leading twist e' possibile un'interpretazione probabilistica

proiettori di elicità (chiralità) $P_{R/L} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}$ $[P_{R/L}, P_{\pm}] = 0$

$$\begin{aligned} \Phi[\gamma^+] &\rightarrow \bar{\psi} \gamma^+ \psi \rightarrow \psi^\dagger P_+ \psi \rightarrow \phi^\dagger \phi = \phi^\dagger (P_R + P_L)^\dagger (P_R + P_L) \phi \\ &= \phi^\dagger (P_R^\dagger P_R + P_L^\dagger P_L) \phi = \bar{R}R + \bar{L}L \end{aligned}$$

distribuzione di momento

$$\begin{aligned} \Phi[\gamma^+ \gamma_5] &\rightarrow \bar{\psi} \gamma^+ \gamma_5 \psi \rightarrow \psi^\dagger P_+ \gamma_5 P_+ \psi \rightarrow \phi^\dagger (P_R - P_L) \phi \\ &= \phi^\dagger (P_R^\dagger P_R - P_L^\dagger P_L) \phi = \bar{R}R - \bar{L}L \end{aligned}$$

$$[P_{\pm}, \gamma_5] = 0$$

distribuzione di elicità

$$\Phi[i\sigma^{i+} \gamma_5] \rightarrow \bar{\psi} i\sigma^{i+} \gamma_5 \psi \dots \rightarrow \phi^\dagger (P_L^\dagger \gamma^i P_R - P_R^\dagger \gamma^i P_L) \phi \quad ?$$

proiettori di spin trasverso $P_{\uparrow/\downarrow} = \frac{1 \pm \gamma^i \gamma_5}{2}$ (da base di elicitat` a base di trasversita`)

$$\Phi [i\sigma^{i+}\gamma_5] \rightarrow \bar{\psi} i\sigma^{i+}\gamma_5 \psi \dots \rightarrow \phi^\dagger (P_\uparrow P_\uparrow - P_\downarrow P_\downarrow) \phi$$

$\rightarrow \delta q$ e` distribuzione di spin trasverso

notazioni piu` usuali e "comode"

$$\Phi [\gamma^+] (x, S) = q(x) \longrightarrow f_1(x) \quad f_1 = \text{diagram}$$

quark non polariz. q leading twist

$$\Phi [\gamma^+ \gamma_5] (x, S) = \lambda \Delta q(x) \longrightarrow \lambda g_1(x) \quad g_1 = \text{diagram}$$

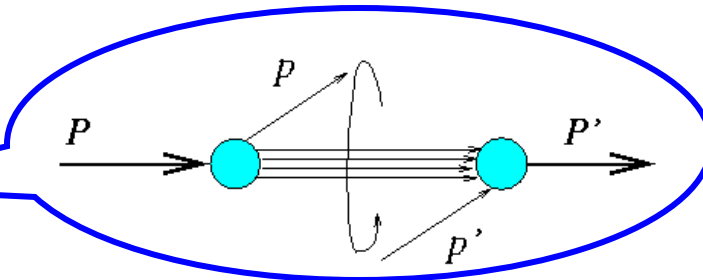
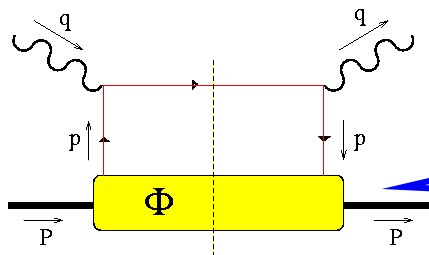
quark long. polariz. \vec{q}

$$\Phi [i\sigma^{i+}\gamma_5] (x, S) = S_\perp^i \delta q(x) \longrightarrow S_\perp^i h_1(x) \quad h_1 = \text{diagram}$$

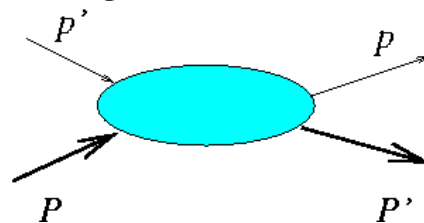
q^\uparrow quark trasv. polariz.

ma h_1 mischia $L \leftrightarrow R$, mentre tutti i processi hard in QCD conservano la chiralita`!?

Necessita` di 3 PDF's al leading twist



discontinuita` nel canale u della
 ampiezza di scattering forward
 partone-adrone



$$\rightarrow \mathcal{A}_{Pp,P'p'}$$

al leading twist solo componenti "good"
 e il processo e` collineare modulo $o(1/Q)$
 \Rightarrow conservazione dell'elicita` $P+p' = p+P'$

$$|\psi\rangle \sim \begin{vmatrix} \phi_+ \\ \phi_- \\ o(1/Q) \\ o(1/Q) \end{vmatrix}$$

bersaglio con elicit` P
 emette
 partone con elicit` p
 hard scattering
 partone con elicit` p'
 riassorbito in
 adrone con elicit` P'

invarianza per trasformazioni di parita` $\rightarrow \mathcal{A}_{Pp,P'p'} = \mathcal{A}_{-P-p,-P'-p'}$

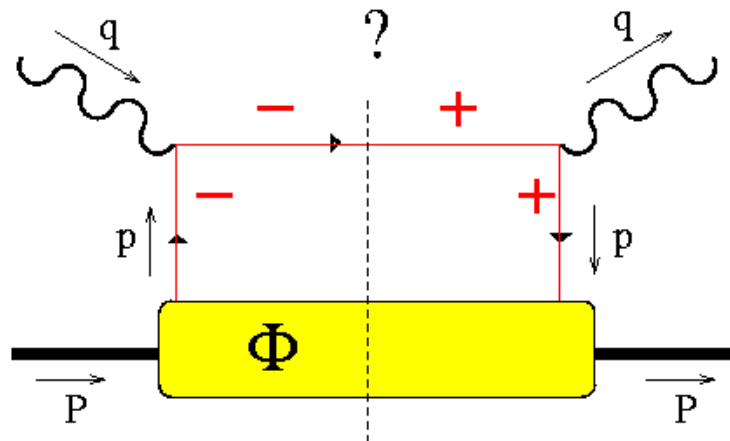
invarianza per time-reversal $\rightarrow \mathcal{A}_{Pp,P'p'} = \mathcal{A}_{P'p',Pp}$

con questi vincoli \rightarrow 3 $\mathcal{A}_{Pp,P'p'}$ indipendenti

	P	p	\rightarrow	P'	p'
1)	+	+		+	+
2)	+	-		+	-
3)	+	+		-	-

$$\left\{ \begin{array}{l} (+,+) + (+,-) \rightarrow (+,+) + (+,-) \Leftrightarrow f_1 \bar{R}R + \bar{L}L \\ (+,+) - (+,-) \rightarrow (+,+) - (+,-) \Leftrightarrow g_1 \bar{R}R - \bar{L}L \\ (+,+) \rightarrow (-,-) \Leftrightarrow h_1 \bar{L}R \end{array} \right.$$

la QCD conserva l'elicità \rightarrow h_1 non è accessibile in DIS inclusivo al leading twist 2, pur essendo legata ad operatore adronico di $t \geq 2$



Differenti proprietà tra f_1 , g_1 e h_1

per DIS inclusivo nel QPM c'è parallelo tra PDF's e funzioni di struttura

$$f_1(x) \rightarrow F_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_f e_f^2 [f_1^f(x_B) + \bar{f}_1^f(x_B)] = \frac{1}{2} \sum_{f\bar{f}} e_f^2 [q_f^\uparrow(x_B) + q_f^\downarrow(x_B)]$$

$$g_1(x) \rightarrow G_1(x_B) = \frac{1}{2} \sum_f e_f^2 [g_1^f(x_B) + \bar{g}_1^f(x_B)] = \frac{1}{2} \sum_{f\bar{f}} e_f^2 [q_f^\uparrow(x_B) - q_f^\downarrow(x_B)]$$

ma h_1 non ha controparte a livello di funzioni di struttura, perché per DIS inclusivo polarizzato, in $W_A^{\mu\nu}$ **il contributo di G_2** è legato alla polarizzazione trasversa dell'adrone, ma **è soppresso rispetto a quello di G_1** in quanto contribuisce al twist 3

$$W_A^{\mu\nu} = i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho S_\sigma \left[MG_1(\nu, Q^2) + \frac{P \cdot q}{M} G_2(\nu, Q^2) \right] - i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho P_\sigma \frac{S \cdot q}{M} G_2(\nu, Q^2)$$

per tanti anni h_1 è stata ignorata e si è pensato che lo spin trasverso generasse effetti al twist 3, legando G_2 alla PDF g_T

$$\begin{aligned} \Phi[\gamma^i \gamma_5](x, S) &= \frac{M}{P^+} S_\perp^i g_T(x) \rightarrow g_1(x) + g_2(x) = \\ &= \frac{1}{2Mx} \sum_f e_f^2 m_f [q_f^{\rightarrow}(x) - q_f^{\leftarrow}(x)] \end{aligned}$$

In realta`, questo pregiudizio si basa sulla confusione tra polarizzazione trasversa dell'adrone (che appare al twist 3 nel tensore adronico) e distribuzione di spin trasverso dei partoni, che non necessariamente deve apparire solo dal twist 3:

	$\Phi^{[\Gamma]}$	spin long.	$\Phi^{[\Gamma]}$	spin trasv.
twist 2	$\gamma^+ \gamma_5$	g_1	$i \sigma^{i+} \gamma_5$	h_1
twist 3	$i \sigma^{+-} \gamma_5$	h_L	$\gamma^i \gamma_5$	g_T

perfetto parallelo tra t=2 e t=3 sia per elicit` che polarizzazione trasversa

inoltre h_1 ha stessa importanza di f_1 e g_1 al twist 2. Infatti se sulla base di elicit` f_1 e g_1 sono diagonali mentre h_1 no,

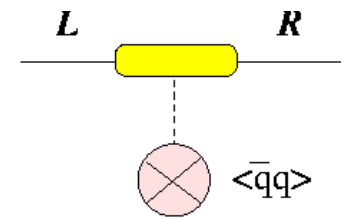
$$f_1 \sim \phi^\dagger (P_R^\dagger P_R + P_L^\dagger P_L) \phi \quad g_1 \sim \phi^\dagger (P_R^\dagger P_R - P_L^\dagger P_L) \phi \quad h_1 \sim \phi^\dagger P_L^\dagger P_R \phi$$

sulla base di trasversita` la situazione e` opposta:

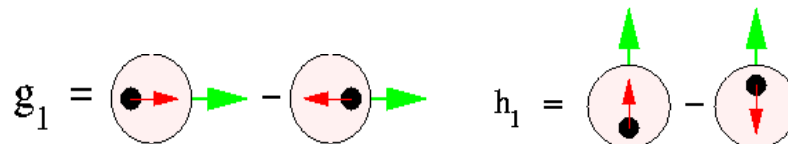
$$f_1 \sim \phi^\dagger (P_\uparrow^\dagger P_\uparrow + P_\downarrow^\dagger P_\downarrow) \phi \quad g_1 \sim \phi^\dagger P_\downarrow^\dagger P_\uparrow \phi \quad h_1 \sim \phi^\dagger (P_\uparrow^\dagger P_\uparrow - P_\downarrow^\dagger P_\downarrow) \phi$$

Inoltre h_1 ha notevoli ed interessanti proprietà rispetto alla distribuzione di elicità g_1 :

- per componenti “good” ϕ (\Leftrightarrow twist 2) elicità = chiralità; quindi se h_1 mischia l’elicità \rightarrow non conserva chiralità (chiral odd); h_1 è quindi determinata da processi soft legati alla rottura della simmetria chirale della QCD (ruolo del vuoto nonperturbativo di QCD?)

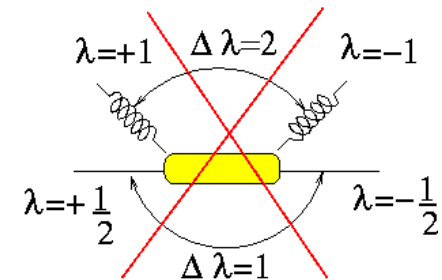


- g_1 è legata alla frazione di spin del N portata dai quark; è legata quindi al tensore momento angolare totale del N tramite il suo momento $\Delta\Sigma$ (vedi spin crisis); h_1 dipende dallo spin ma non è legata allo spin del N ed al suo tensore momento angolare
- g_1 e h_1 (e tutte le PDF) sono definite nell’IFM, cioè dopo un boost di $Q \rightarrow \infty$ lungo l’asse z; ma boost e rotazioni di Galileo commutano in frame nonrelativistico $\rightarrow g_1 = h_1$ ed ogni differenza è data da effetti relativistici \rightarrow info su dinamica relativistica dei quarks



continua

- si possono generalizzare anche al gluone i concetti che portano alle PDF, per cui si definiscono $G(x)$ = la distribuzione di momento e $\Delta G(x)$ = la distribuzione di elicità del gluone; però non esiste la “trasversità” del gluone nel N (e in generale in adrone a spin $\frac{1}{2}$) in quanto il gluone ha elicità 1
 \Rightarrow evoluzione di $h_1(x, Q^2)$ non riceve contributi da operatori gluonici !



- 1° momento di $g_1(x, Q^2)$ e` elemento di matrice di operatore locale che determina la carica assiale del N \rightarrow la parte di non-singoletto non dipende dalla scala Q^2 (il contrario per la corrente di singoletto per via dell'anomalia triangolare)

$$\langle PS | \bar{q}^f \gamma^i \gamma_5 \frac{\lambda^f}{2} q^f | PS \rangle \Big|_{Q^2} = 2S^i \int dx \left[\underline{g_1^f(x, Q^2)} + \bar{g}_1^f(x, Q^2) \right] \propto g_A$$

λ^f matrici di Gell-Mann

1° momento di $h_1(x, Q^2)$ e` elemento di matrice di operatore, la carica tensoriale del N, che ha dimensione anomala $\gamma \neq 0$

$$\begin{aligned} \langle PS | \bar{q}^f i\sigma^{0i} \gamma_5 \frac{\lambda^f}{2} q^f | PS \rangle \Big|_{Q^2} &= 2S^i \int dx \left[\underline{h_1^f(x, Q^2)} - \bar{h}_1^f(x, Q^2) \right] \\ &= 2S^i h_1^f(Q^2) \sim \frac{1}{(\log Q^2)^\gamma} \end{aligned}$$

- carica assiale e' un operatore pari per simmetria di carica (C-even), mentre la carica tensoriale e' C-odd → non prende contributi da operatori legati a strutture C-even come coppie quark-antiquark del mare di Dirac

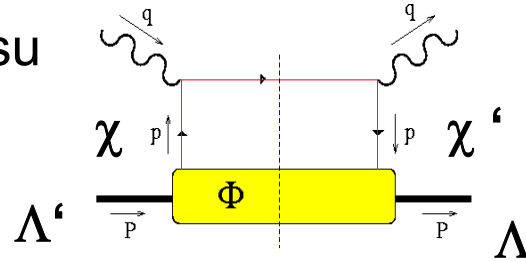
riassumendo: l'evoluzione di $h_1(x, Q^2)$ e' molto diversa dalle altre PDF perche' tutti gli operatori locali legati ad h_1 non prendono contributi ne' dai gluoni ne' dal mare di Dirac → evoluzione tipica di una PDF di non-singoletto

tali operatori inoltre hanno tutti dimensione anomala $\neq 0$ → scalano in $\log Q^2$ mentre per g_1 la situazione e' opposta (corrente assiale di singoletto ha $\gamma \neq 0$ mentre corrente di non-singoletto ha $\gamma = 0$ → carica assiale del N e' conservata)

- relazioni tra PDF's

positivita' delle densita' di probabilita'
 → $f_1 \geq |g_1|$, $f_1 \geq |h_1|$

proiezione di $\Phi(x)$ su spazio di chiralita'
 $\chi = R/L$ del quark
 \otimes spin Λ del N



$$\Phi_{\chi'\chi}^{\Lambda'\Lambda} = \begin{pmatrix} \text{RR} & & & & \text{RL} \\ \hline f_1 + g_1 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & f_1 - g_1 & 2h_1 & 0 & \\ \hline 0 & 2h_1 & f_1 - g_1 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & f_1 + g_1 & \\ \hline \text{LR} & & & & \text{LL} \end{pmatrix}$$

trasversita` h_1 e` oggetto molto interessante, perche` contiene info sulla dinamica relativistica dei quark e perche` evolve in modo molto diverso da g_1 , come PDF di non-singoletto disaccoppiata da gluoni e mare di Dirac; e` lo strumento piu` adatto per testare i modelli a quark costituenti basati solo su quark efficaci di valenza?

di h_1 si sa poco perche` e` soppressa in DIS inclusivo. Ci sono modelli e calcoli su reticolo, tra di loro spesso contraddittori.

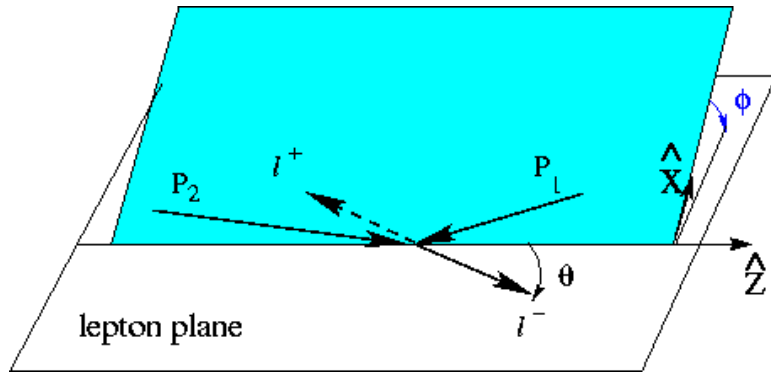
(Barone & Ratcliffe, *Transverse Spin Physics*, World Scientific (2003))

Qual e` la strategia migliore per estrarre h_1 dai dati ?

Poiche` l'elicita` e` conservata \rightarrow la sezione d'urto deve essere chiral-even quindi per estrarre h_1 bisogna trovare un processo elementare in cui appaia insieme ad un partner chiral-odd, in modo da "annullare l'effetto"; il vincolo ulteriore e` che tale contributo appaia al leading twist.

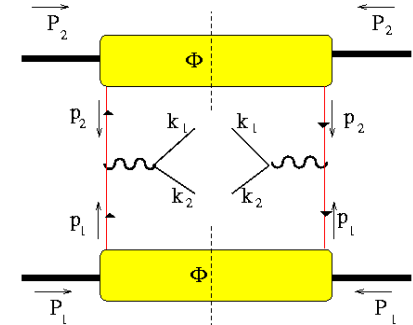
scelta piu' ovvia: Drell-Yan polarizzato $p^\uparrow p^\uparrow \rightarrow l^+ l^- X$

(Ralston & Soper, Nucl. Phys. **B152** ('79) 109)



$$x_{1/2} = \frac{Q^2}{2P_{1/2} \cdot q}$$

Collins-Soper frame:
 $\mathbf{q}_T(\gamma^*)$ in (xz) plane



$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2 d\mathbf{q}_T d\Omega} \propto \sum_f e_f^2 \dots \left\{ A(\theta, \phi) \mathcal{F} \left[a(\mathbf{p}_{1T}, \mathbf{p}_{2T}) f_1(x_1, \mathbf{p}_{1T}) \bar{f}_1(x_2, \mathbf{p}_{2T}) \right] \dots \right. \\ \left. + |\mathbf{S}_{1T}| |\mathbf{S}_{2T}| \cos(\phi_{S_1} + \phi_{S_2}) B(\theta, \phi) \mathcal{F} \left[b(\mathbf{p}_{1T}, \mathbf{p}_{2T}) h_1(x_1, \mathbf{p}_{1T}) \bar{h}_1(x_2, \mathbf{p}_{2T}) \right] \dots \right\}$$

$$\mathcal{F} [\dots] \equiv \int d\mathbf{p}_{1T} d\mathbf{p}_{2T} \delta(\mathbf{p}_{1T} + \mathbf{p}_{2T} - \mathbf{q}_T) (\dots)$$

definizione di **Double-Spin Asymmetry (DSA)**

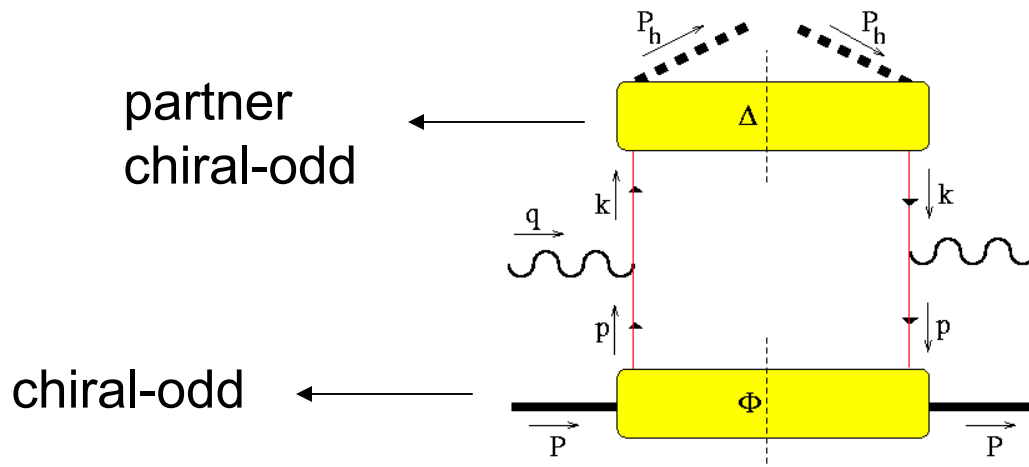
$$\int d\mathbf{q}_T A d\sigma \equiv \langle A d\sigma \rangle$$

$$A_{TT} = \frac{\langle \cos(\phi_{S_1} + \phi_{S_2}) [d\sigma(p^\uparrow p^\uparrow) - d\sigma(p^\uparrow p^\downarrow)] \rangle}{\langle d\sigma(p^\uparrow p^\uparrow) + d\sigma(p^\uparrow p^\downarrow) \rangle} = |\mathbf{S}_{T_1}| |\mathbf{S}_{T_2}| \frac{\sin^2 \theta \cos 2\phi}{1 + \cos^2 \theta} \frac{\sum_f e_f^2 h_1^f(x_1) \bar{h}_1^f(x_2)}{\sum_f e_f^2 f_1^f(x_1) \bar{f}_1^f(x_2)}$$

disuguaglianza di Soffer e \bar{h}_1 in $p^\uparrow \rightarrow A_{TT}$ piccola !

L'altra alternativa piu` semplice e` avere un partner chiral-odd nello stato finale \rightarrow DIS semi-inclusivo

diagramma dominante al leading twist



i 3 vettori P, q, P_h non possono essere tutti collineari \rightarrow 2 scelte:

1. \perp -frame (sperimentale) $\mathbf{P}_\perp = \mathbf{q}_\perp = \mathbf{0}$, $\mathbf{P}_{h\perp} \neq \mathbf{0}$
2. T-frame (teorico) $\mathbf{P}_T = \mathbf{P}_{hT} = \mathbf{0}$, $\mathbf{q}_T \neq \mathbf{0}$

collegati da boost
per cui $\mathbf{q}_T = -\mathbf{P}_{h\perp} / z_h$
 $z_h = \frac{P \cdot P_h}{P \cdot q}$ frazione di k
portata da P_h
(analogo di x_B)

al leading twist T-frame $\sim \perp$ -frame
perche` il boost introduce correzioni
del tipo $1/Q$

T-frame (IFM)

$$P^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{Q}{x_B}, \frac{M^2 x_B}{Q}, \mathbf{0}_T \right) = \left(P^+, \frac{M^2}{2P^+}, \mathbf{0}_T \right)$$

$$q^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (-Q, Q, \mathbf{q}_T) = \left(-x_B P^+, \frac{P_h^-}{z_h}, \mathbf{q}_T \right) \quad x_B \sim x_N = -\frac{q^+}{P^+}$$

$$P_h^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{M_h^2}{z_h Q}, z_h Q, \mathbf{0}_T \right)$$

IFM per stato finale:
direzione - dominante

$$z_h = \frac{P_h^-}{q^-}$$

partoni

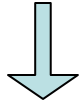
$$p^\mu = \left(x P^+, \frac{p^2 + \mathbf{p}_\perp^2}{2x P^+}, \mathbf{p}_T \right)$$

$$k^\mu = \left(\frac{z(k^2 + \mathbf{k}_T^2)}{2P_h^-}, \frac{P_h^-}{z}, \mathbf{k}_T \right)$$

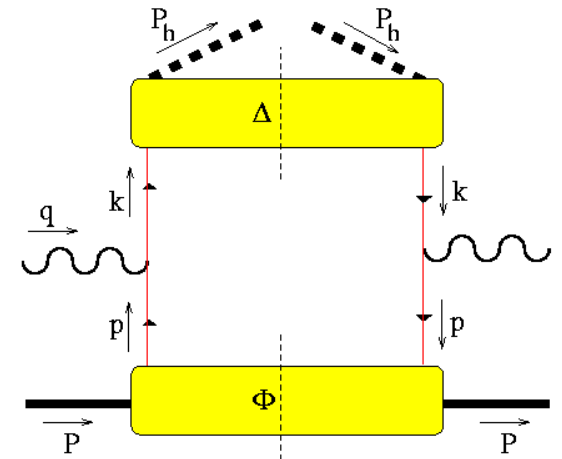
$z = \frac{P_h^-}{k^-} \sim z_h$ frazione light-cone
del momento
del quark frammentante

	+	-	
h → q	~ Q	~ 1/Q	∫ dp ⁻
hard	~ Q	~ Q	
q → h	~ 1/Q	~ Q	∫ dp ⁺

procedura simile a DIS inclusivo



$$\begin{aligned}
 2MW^{\mu\nu} &= \sum_f e_f^2 \int d^4p d^4k \delta(p + q - k) \\
 &\quad \text{Tr} [\Phi(p, P, S) \gamma^\mu \Delta(k, P_h, S_h) \gamma^\nu] \\
 \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} &\sum_f e_f^2 \int dp^- d\mathbf{p}_T dk^+ d\mathbf{k}_T \delta(\mathbf{p}_T + \mathbf{q}_T - \mathbf{k}_T) \\
 &\quad \text{Tr} [\Phi(p, P, S) \gamma^\mu \Delta(k, P_h, S_h) \gamma^\nu] \Big|_{p^+ = xP^+ ; k^- = P_h^- / z} \\
 &\quad + \left(\begin{array}{l} \mu \leftrightarrow \nu \\ q \leftrightarrow -q \end{array} \right) \longleftarrow \text{(antiquark)}
 \end{aligned}$$



$$\Phi(p, P, S) = \int \frac{d^4\xi}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot \xi} \langle P, S | \bar{\psi}(\xi) \psi(0) | P, S \rangle$$

$$\Delta(k, P_h, S_h) = \sum_X \int \frac{d^4\zeta}{(2\pi)^4} e^{ik \cdot \zeta} \langle 0 | \psi(\zeta) | P_h S_h, X \rangle \langle P_h S_h, X | \bar{\psi}(0) | 0 \rangle$$

similmente per antiquark

estrazione da Δ dei contributi al leading twist

decomposizione della matrice di Dirac $\Delta(k, P_h, S_h)$ sulla base delle strutture di Dirac e dei 4-(pseudo)vettori k, P_h, S_h compatibilmente con Hermiticity e invarianza per parita` e time-reversal

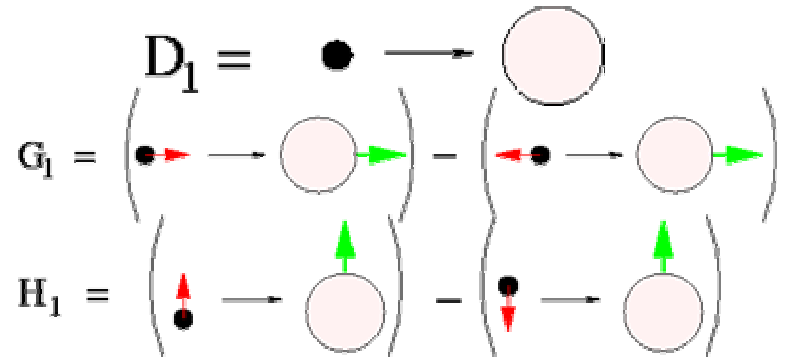
base di Dirac

$$\mathbf{1}, \gamma^\mu, \gamma_5, \gamma^\mu \gamma_5, i\sigma^{\mu\nu} \gamma_5$$

$$\Delta^{[\Gamma]}(z, S_h) = \frac{1}{4z} \int dk^+ dk_T \text{Tr} [\Delta(k, P_h, S_h) \Gamma] \Big|_{k^- = P_h^- / z}$$

Proiezioni al leading twist

$$\begin{aligned} \Delta^{[\gamma^-]}(z, S_h) &= D_1(z) \\ \Delta^{[\gamma^- \gamma_5]}(z, S_h) &= \lambda_h G_1(z) \\ \Delta^{[i\sigma^{i-} \gamma_5]}(z, S_h) &= S_{h_T}^i H_1(z) \end{aligned}$$



Proiezioni al twist 3

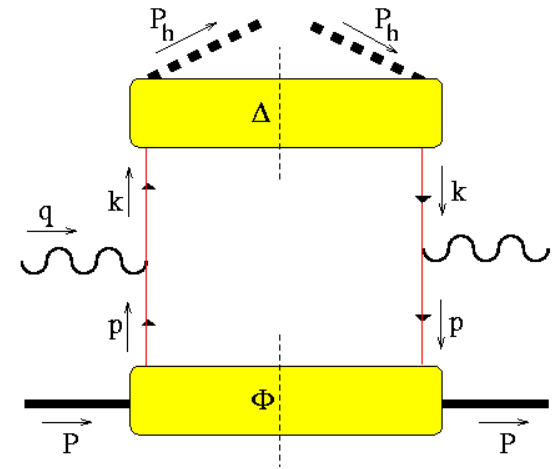
$$\Delta^{[\mathbf{1}]}(z, S_h) = \frac{M_h}{P_h^-} E(z) \quad \Delta^{[\gamma^i]}(z, S_h) = (\hat{\mathbf{n}}_T \times \mathbf{S}_{h_T})_i \frac{M_h}{P_h^-} D_T$$

$$\Delta^{[\gamma^i \gamma_5]}(z, S_h) = \frac{M_h}{P_h^-} S_{h_T}^i G_T(z) \quad \Delta^{[\gamma_5]}(z, S_h) = \frac{M_h}{P_h^-} \lambda_h E_L$$

$$23 \text{ apr } 04 \quad \Delta^{[i\sigma^{-+} \gamma_5]}(z, S_h) = \frac{M_h}{P_h^-} \lambda_h H_L(z) \quad \Delta^{[i\sigma^{ij} \gamma_5]}(z, S_h) = (\hat{\mathbf{n}}_T \times \hat{\mathbf{n}}_T)_{ij} \frac{M_h}{P_h^-} H \quad 21$$

se adrone finale non polarizzato (ad es. π)
 \rightarrow il primo termine, che coinvolge h_1 e
una funzione di frammentazione (FF)
chiral-odd, appare al twist 3

se adrone finale polarizzato (ad es. Λ^\uparrow)
 $e + p^\uparrow \rightarrow e' + \Lambda^\uparrow + X$ al twist 2



$$\frac{d\sigma}{dx dy dz} \propto \sum_f e_f^2 \left\{ A(y) f_1(x) D_1(z) + \dots \right. \\
\left. + |S_T| |S_{\Lambda T}| B(y) \cos(\phi_S + \phi_{S_h}) x h_1(x) H_1(z) \dots \right\}$$

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot p_e} \sim \frac{\nu}{E_e}$$

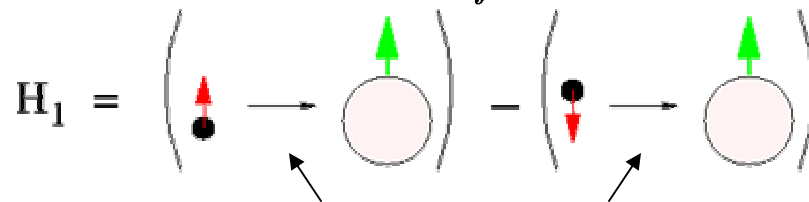
DSA depolarizzazione (o coefficiente di trasferimento di polarizzazione)

$$D_{NN} = \frac{d\sigma(p^\uparrow \Lambda^\uparrow) - d\sigma(p^\downarrow \Lambda^\uparrow)}{d\sigma(p^\uparrow \Lambda^\uparrow) + d\sigma(p^\downarrow \Lambda^\uparrow)} \propto |S_T| |S_{\Lambda T}| \frac{\sum_f e_f^2 h_1^f(x) H_1^f(z)}{\sum_f e_f^2 f_1^f(x) D_1^f(z)}$$

problema teorico:

$$\Lambda^\uparrow = \{u^\uparrow, d^\downarrow, s^\uparrow\}$$

secondo $SU_f(3)$



ma quale meccanismo ?

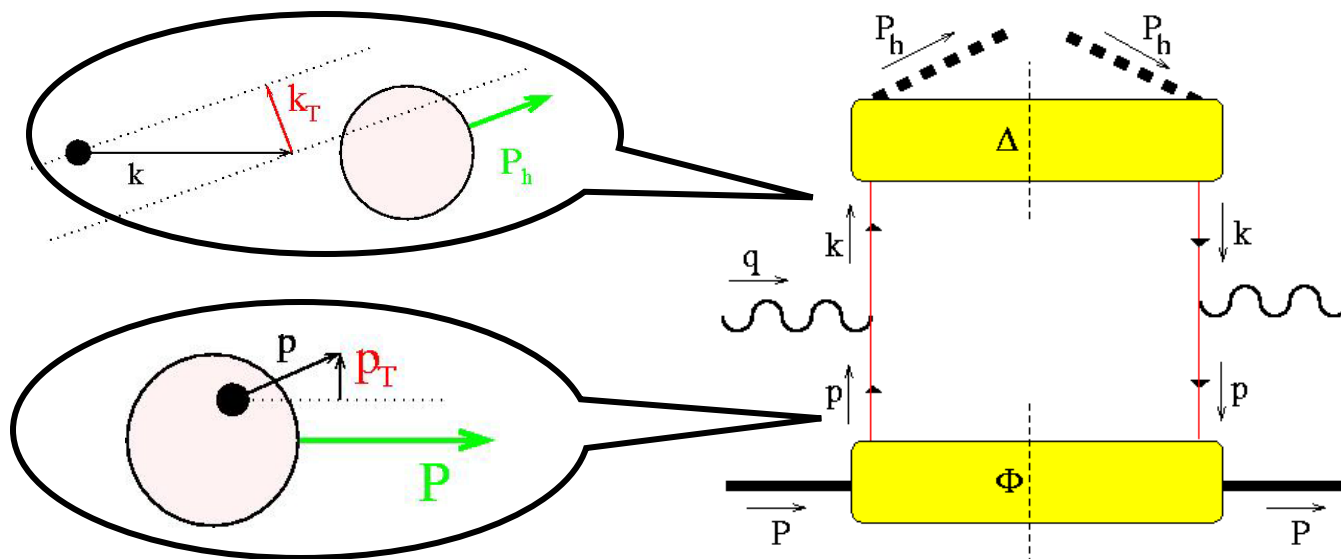
Similmente per $p + p^\uparrow \rightarrow \Lambda^\uparrow + X$

$$D_{NN} \propto |S_T| |S_{\Lambda_T}| \frac{\sum_f e_f^2 f_1(x_1) h_1^f(x_2) H_1^f(z)}{\sum_f e_f^2 f_1(x_1) f_1^f(x_2) D_1^f(z)}$$

- Riassumendo :
- DSA in $p^\uparrow + p^\uparrow \rightarrow l^+ + l^- + X$ improbabile; antiprotoni polarizzati trasversalmente non ancora disponibili
 - DSA in DIS semi-inclusivo (SIDIS) con adroni polarizzati, ad es. $e + p^\uparrow \rightarrow e' + \Lambda^\uparrow + X$, implica un meccanismo di trasferimento di polarizzazione non ancora ben noto
 - SSA in SIDIS con adroni non polarizzati contribuisce a $\text{twist} \geq 3$

In tutti i casi difficoltà nell'estrarre h_1 dai dati \rightarrow altri meccanismi ?

- 1^a osservazione : nello stato finale l'adrone osservato e` leading, porta cioe` la maggior parte del momento del quark di frammentazione, il resto distribuito tra i vari oggetti che compongono il jet (X); e` lecito immaginare un'interazione residua tra l'adrone e il jet \rightarrow nell'analisi di $\Delta(k, P_h, S_h)$ bisogna eliminare il vincolo dell'invarianza per time-reversal \rightarrow struttura piu` ricca
- 2^a osservazione : in SIDIS $\{P, q, P_h\}$ non sono tutti collineari; nel T-frame, se la sezione d'urto e` differenziale anche in $dq_T \rightarrow$ sensibilita` ai momenti trasversi dei partoni nel vertice hard \rightarrow struttura piu` ricca

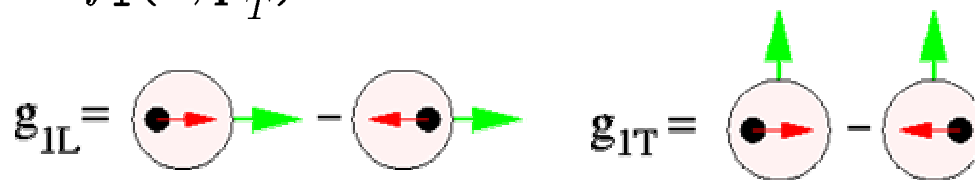


PDF dipendenti da momento trasverso intrinseco

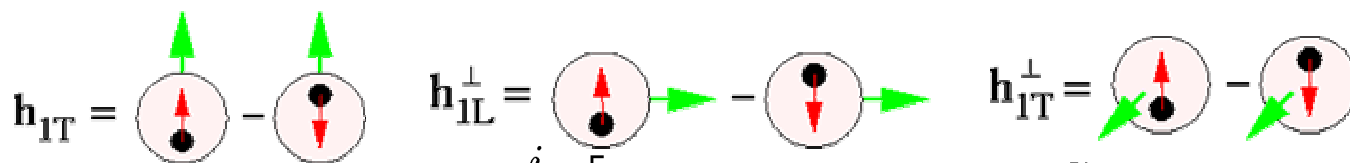
$$\Phi^{[\Gamma]}(x, \mathbf{p}_T, S) = \frac{1}{2} \int dp^- \text{Tr} [\Phi(p, P, S) \Gamma] \Big|_{p^+ = xP^+ ; \mathbf{p}_T}$$

Proiezioni al leading twist

$$\Phi^{[\gamma^+]}(x, \mathbf{p}_T, S) = f_1(x, \mathbf{p}_T^2)$$

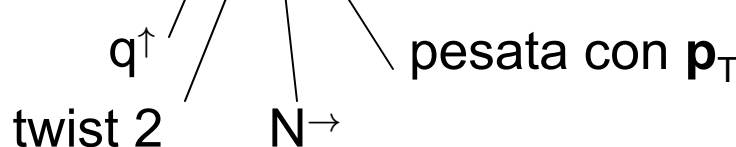


$$\Phi^{[\gamma^+ \gamma_5]}(x, \mathbf{p}_T, S) = \lambda g_{1L}(x, \mathbf{p}_T^2) + \frac{\mathbf{p}_T \cdot \mathbf{S}_T}{M} g_{1T}(x, \mathbf{p}_T^2)$$



$$\Phi^{[i\sigma^{i+} \gamma_5]}(x, \mathbf{p}_T, S) = S_T^i h_{1T}(x, \mathbf{p}_T^2) + \frac{p_T^i}{M} \left[\lambda h_{1L}^\perp(x, \mathbf{p}_T^2) + \frac{\mathbf{p}_T \cdot \mathbf{S}_T}{M} h_{1T}^\perp(x, \mathbf{p}_T^2) \right]$$

Proiezioni al twist 3 :
lista ancora piu` lunga



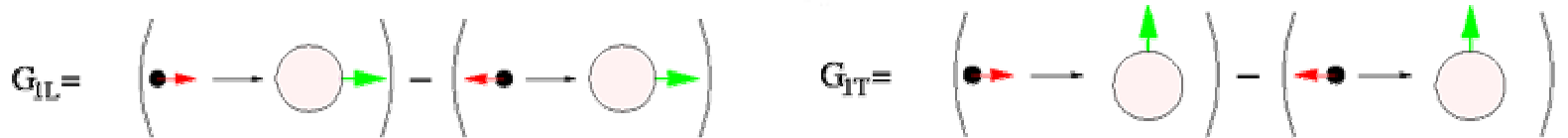
FF dipendenti da momento trasverso intrinseco

$$\Delta^{[\Gamma]}(z, \mathbf{k}_T, S_h) = \frac{1}{4z} \int dk^+ \text{Tr} [\Delta(k, P_h, S_h) \Gamma] \Big|_{k^- = P_h^- / z; \mathbf{k}_T}$$

Proiezioni al leading twist



$$\Delta^{[\gamma^-]}(z, \mathbf{k}_T, S_h) = D_1(z, \mathbf{k}_T^2) + \frac{(\mathbf{k}_T \times \mathbf{S}_{hT})_i}{M_h} D_{1T}^\perp(z, \mathbf{k}_T^2)$$



$$\Delta^{[\gamma^- \gamma_5]}(z, \mathbf{k}_T, S_h) = \lambda_h G_{1L}(z, \mathbf{k}_T^2) + \frac{\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{S}_{hT}}{M_h} G_{1T}^\perp(z, \mathbf{k}_T^2)$$



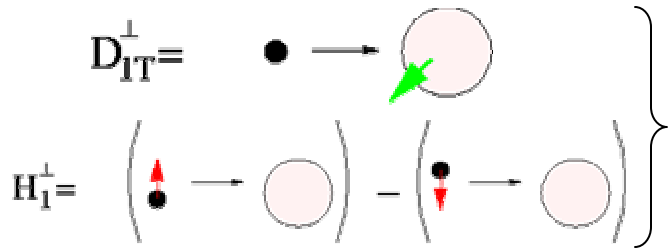
$$\Delta^{[i\sigma^{i-} \gamma_5]}(z, \mathbf{k}_T, S_h) = S_{hT}^i H_{1T}(z, \mathbf{k}_T^2) + \frac{(\hat{\mathbf{n}}_T \times \mathbf{k}_T)_i}{M_h} H_1^\perp(z, \mathbf{k}_T^2)$$

$$H_{1L}^\perp = \left(\begin{array}{c} \uparrow \\ \bullet \end{array} \rightarrow \text{circle} \rightarrow \begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \bullet \\ \downarrow \end{array} \rightarrow \text{circle} \rightarrow \begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \end{array} \right)$$

$$+ \frac{k_T^i}{M_h} \left[\lambda_h H_{1L}^\perp(z, \mathbf{k}_T^2) + \frac{\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{S}_{hT}}{M_h} H_{1T}^\perp(z, \mathbf{k}_T^2) \right]$$

$$H_{1T}^\perp = \left(\begin{array}{c} \uparrow \\ \bullet \end{array} \rightarrow \text{circle} \rightarrow \begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \bullet \\ \downarrow \end{array} \rightarrow \text{circle} \rightarrow \begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \end{array} \right)$$

D_{1T}^\perp e H_1^\perp sono FF su cui il time-reversal non impone condizioni; se le interazioni residue (FSI) tra adrone e jet nello stato finale si annullano \rightarrow entrambe le FF = 0

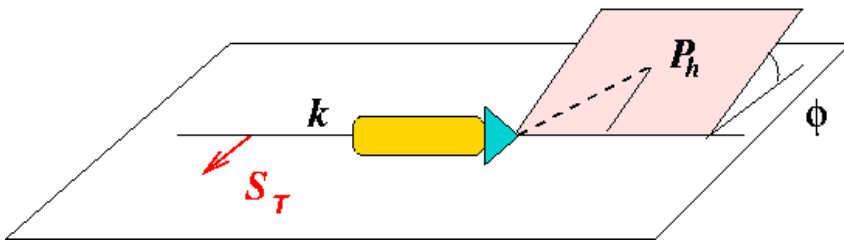


entrambe legano lo spin di un oggetto alla dipendenza da \mathbf{k}_T di un altro oggetto con spin=0



effetto Collins (Collins, Nucl.Phys. **B396** ('93) 161) :

trasferire polarizzazione trasversa del quark di frammentazione non alla polarizz. trasversa dell'adrone (DSA), ma al moto orbitale di un adrone non polarizzato \rightarrow SSA dipendente a $\mathbf{P}_{h\perp}$



piano scattering

asimmetria in

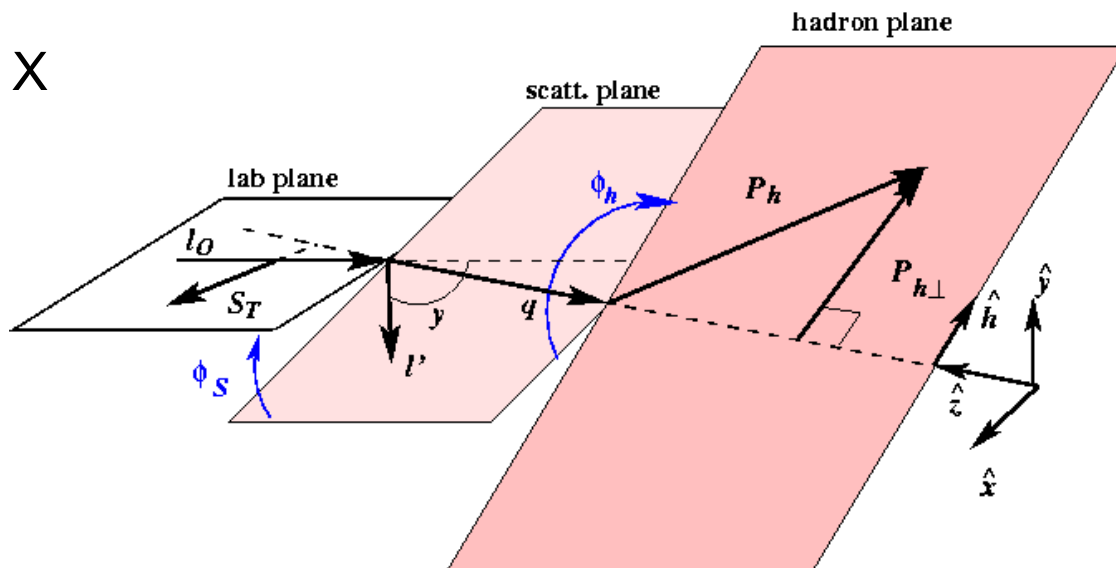
$$\sin \phi \propto \mathbf{k} \times \mathbf{P}_h \cdot \mathbf{S}_T$$

tipico effetto non perturbativo (legato al momento angolare orbitale dei partoni)

SIDIS $e + p^\uparrow \rightarrow e' + \pi + X$

per avere l'effetto Collins
bisogna mantenere
la sez. d'urto
differenziale in $\mathbf{P}_{h\perp}$

al leading twist



$$\frac{d^6\sigma_{OT}}{dx dy dz d\phi_s d\mathbf{P}_{h\perp}} \propto |\mathbf{S}_T| \left\{ \dots \underbrace{\sin(\phi_h + \phi_s)}_{\phi_C \text{ angolo di Collins}} \mathcal{F} \left[\frac{\mathbf{k}_T \cdot \hat{h}}{M_h} x h_1(x, \mathbf{p}_T^2) H_1^\perp(z, \mathbf{k}_T^2) \right] \dots \right\}$$

$$\langle \sin \phi_C \rangle_{OT} \equiv \frac{\int d\phi_s d\mathbf{P}_{h\perp} \sin \phi_C (d\sigma(p^\uparrow) - d\sigma(p^\downarrow))}{\int d\phi_s d\mathbf{P}_{h\perp} (d\sigma(p^\uparrow) + d\sigma(p^\downarrow))}$$

non rompe $\mathcal{F} [..]$; serve
modello per la dipendenza
da \mathbf{p}_T e \mathbf{k}_T

SSA

$$H_1^{\perp(1)}(z) = \int d\mathbf{k}_T \frac{\mathbf{k}_T^2}{2M_h} H_1^\perp(z, \mathbf{k}_T)$$

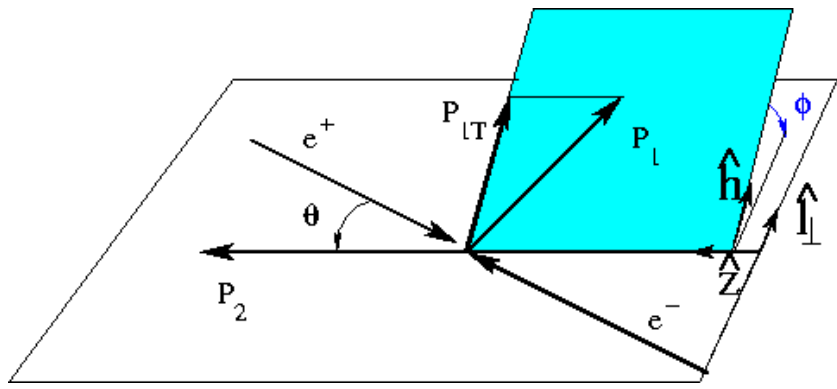
$$\left\langle \frac{|\mathbf{P}_{h\perp}|}{M_h} \sin \phi_C \right\rangle_{OT} = |\mathbf{S}_T| \frac{B(y)}{A(y)} \frac{\sum_f e_f^2 x h_1^f(x) H_1^{\perp f(1)}(z)}{\sum_f e_f^2 f_1^f(x) D_1^f(z)}$$

(Boer & Mulders,
Phys. Rev. **D57** ('98) 5780)

N.B. alternativa di $p + p^\uparrow \rightarrow \pi + X$ $SSA \propto |\mathbf{S}_T| \frac{\sum_f e_f^2 x f_1^f(x_1) h_1^f(x_2) H_1^{\perp f(1)}(z)}{\sum_f e_f^2 f_1^f(x_1) f_1^f(x_2) D_1^f(z)}$

in ogni caso, trasversita' h_1 puo' essere estratta al prezzo di introdurre una nuova funzione incognita, la funzione di Collins H_1^\perp ; come avere informazioni su di essa ? \rightarrow sfruttare la fattorizzazione e l'universalita' delle FF

consideriamo $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- X$

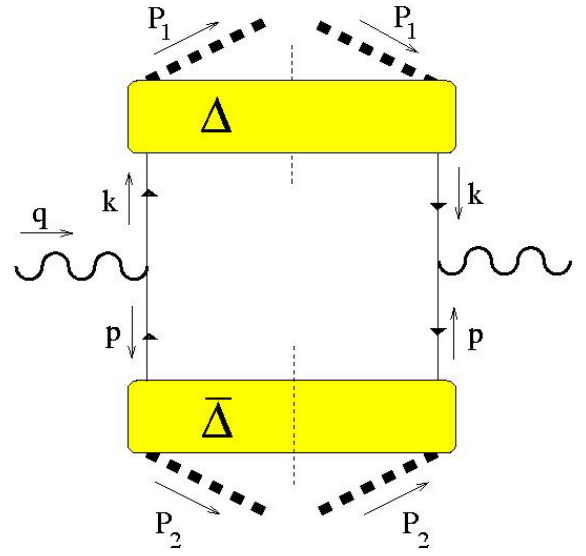


piano scattering

leading twist

$$z_1 = \frac{P_{h1}^-}{k_1^-}$$

$$z_2 = \frac{P_{h1}^-}{k_2^-}$$



$$\left\langle \frac{\mathbf{q}_T^2}{4M_1 M_2} \cos 2\phi \right\rangle = \frac{\int d\phi d\mathbf{q}_T \frac{\mathbf{q}_T^2}{4M_1 M_2} \cos 2\phi \frac{d\sigma}{d\Omega dz_1 dz_2 d\mathbf{q}_T}}{\int d\phi d\mathbf{q}_T \frac{d\sigma}{d\Omega dz_1 dz_2 d\mathbf{q}_T}} \propto \frac{\sum_f e_f^2 H_1^{\perp f(1)}(z_1) \overline{H}_1^{\perp f(1)}(z_2)}{\sum_f e_f^2 D_1^f(z_1) \overline{D}_1^f(z_2)}$$

nessuna misura di polarizzazione necessaria !

(Boer, Jakob & Mulders, Phys. Lett. **B424** ('98) 143) 29

Congettura semi-classica : poiche' γ^* colpisce $q^\uparrow \rightarrow$ la stringa di forza di colore tra q^\uparrow e il diquark (qq) ha un momento angolare orbitale; quando la stringa si rompe, la coppia quark-antiquark porta momento angolare orbitale e determina l'asimmetria azimutale nell'emissione dell'adrone finale osservato (Artru , hep-ph/9310323)

