

Ottimizzazione del rapporto segnale-rumore nelle misure di carica

Valerio Re

- Dipartimento di Ingegneria Industriale
- Università di Bergamo

- INFN - Pavia

Outline

- Carica equivalente di rumore
- Funzione peso
- Contributi a ENC delle sorgenti di rumore serie e parallelo

Front-end design for detector charge measurements

Radiation detectors

A measure of the information appears in the form of an electric charge, induced on a set of two electrodes, for which ultimately only one parameter (**capacitance**) is important.

Front-end electronics

amplifying device

(charge-sensitive preamplifier)

filtering, signal shaping

optimize the measurement of a desired quantity such as signal amplitude as a measure of the energy loss of the particle

Statement of the problem

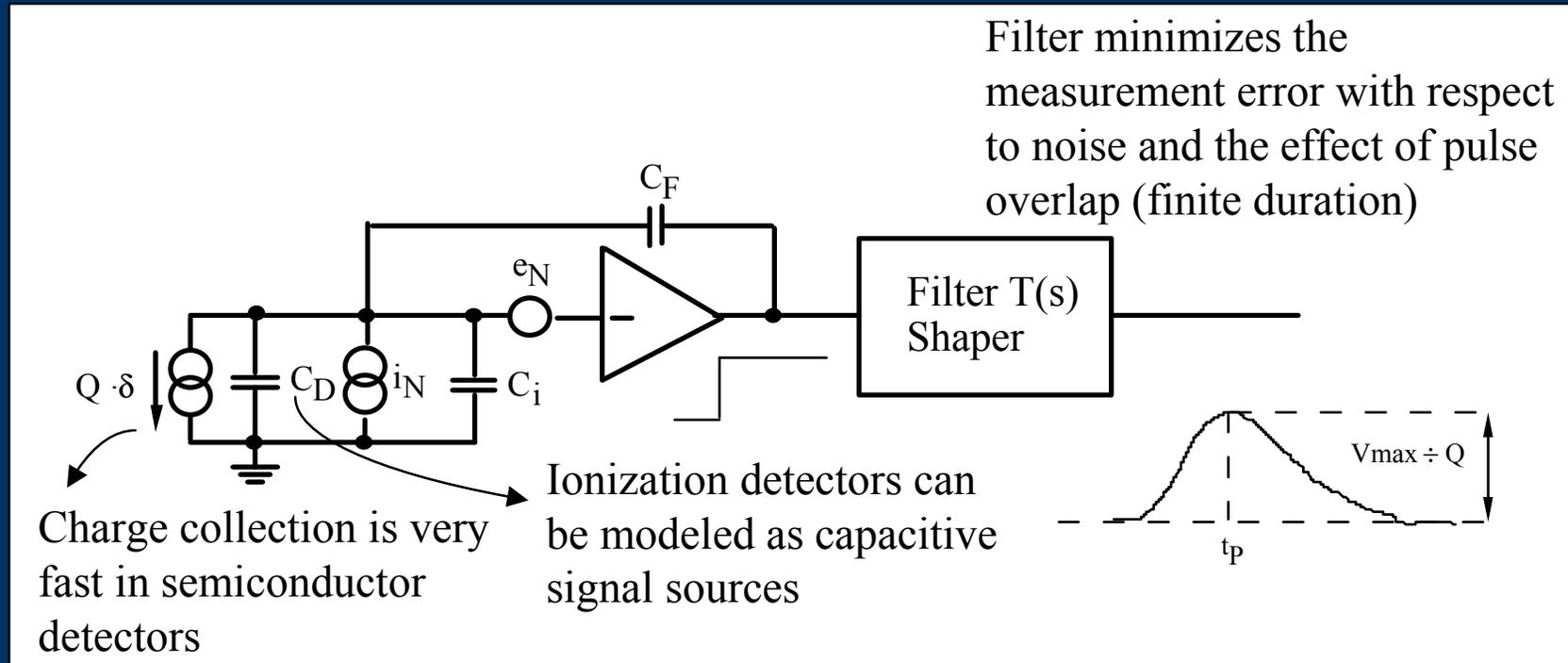
Measurement of a charge delivered by a capacitive source with the best possible accuracy compatible with noise intrinsically present in the amplifying system, and with the constraints set by the different applications.

(noise - power - speed)

The discussion of design of front-end electronics will be based on the nuclear electronics noise theory.

(basic equations recalled for discussion purposes)

Charge measuring system

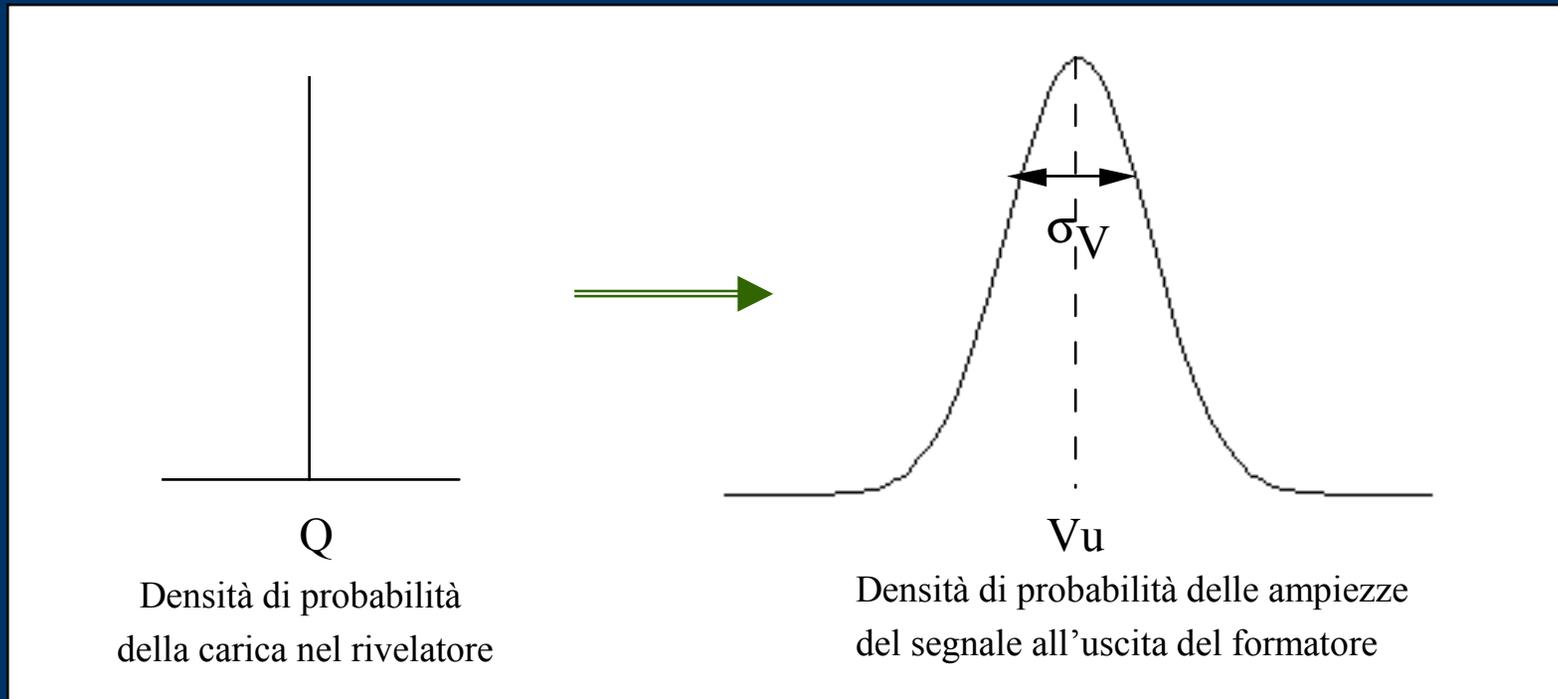


Noise arises from two uncorrelated sources at the input (series and parallel noise):

$$S_{e_N}(\omega) = A_W + \frac{A_f}{f}$$

$$S_{I_N}(\omega) = B_W$$

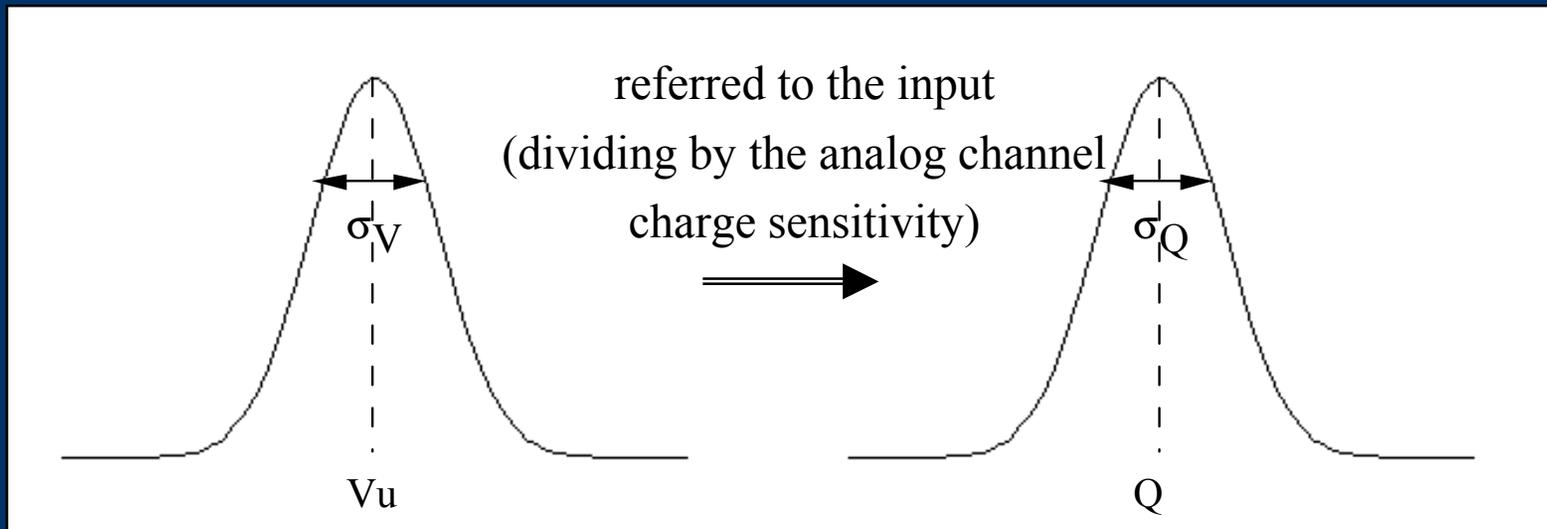
Effect of electronic noise on charge measurements



Tensione e corrente di rumore hanno ampiezza che varia casualmente nel tempo, e che può venire specificata solo da una funzione densità di probabilità (Gaussiana).

Per effetto del rumore anche l'ampiezza del segnale all'uscita della parte lineare (formatore) del canale analogico è caratterizzata da una funzione densità di probabilità gaussiana.

Effect of electronic noise on charge measurements



The signal amplitude at the output of the linear analog channel is characterized by a Gaussian probability density function

$$S/N = \frac{V_u}{\sigma_V} = \frac{Q}{\sigma_Q} = \frac{Q}{ENC} = \eta_Q$$

Equivalent Noise Charge = standard deviation in the charge measurement
charge injected at the input producing at the output of the linear processor a signal whose amplitude equals the root mean square output noise

Noise sources

White series noise

$$A_W = 4kT \frac{\Gamma}{g_m}$$

White noise in the main current (drain, collector) of the input device
other components in the input stage
stray resistances in series with the input

1/f series noise

$$A_{1/f} = \frac{A_f}{f}$$

1/f component in the drain current

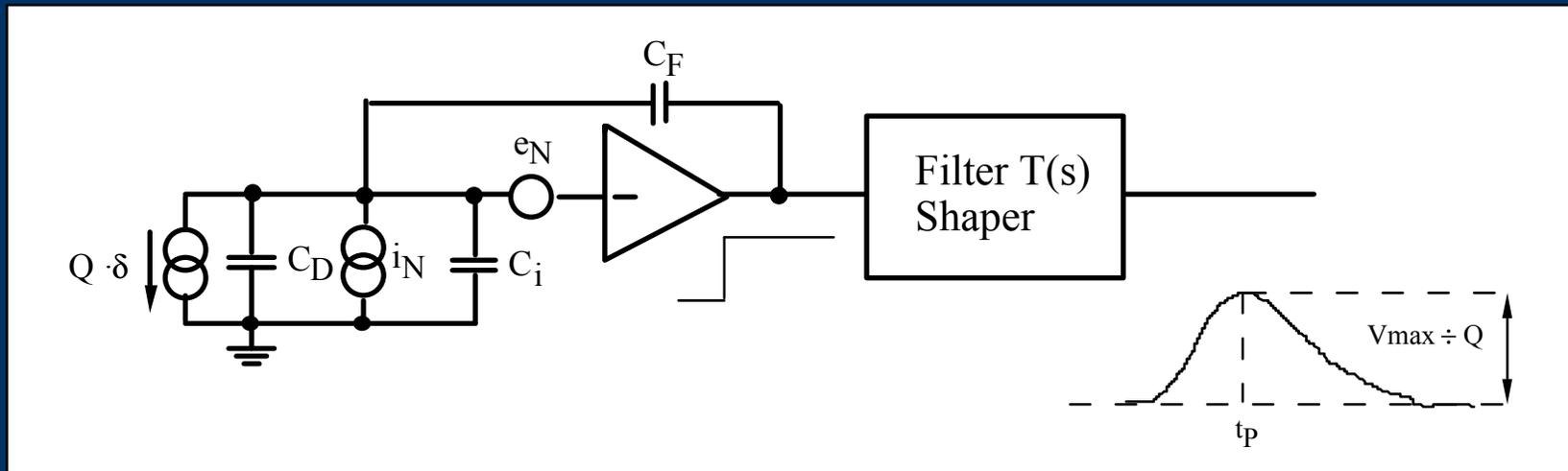
White parallel noise

$$B_W = 2qI_{\text{det}} + 2qI_{G(B)} + \frac{4kT}{R}$$

Shot noise in detector leakage current
shot noise in input device gate (base) current
thermal noise in feedback resistor

$$ENC = \sqrt{ENC_{A_W}^2 + ENC_{A_{1/f}}^2 + ENC_{B_W}^2}$$

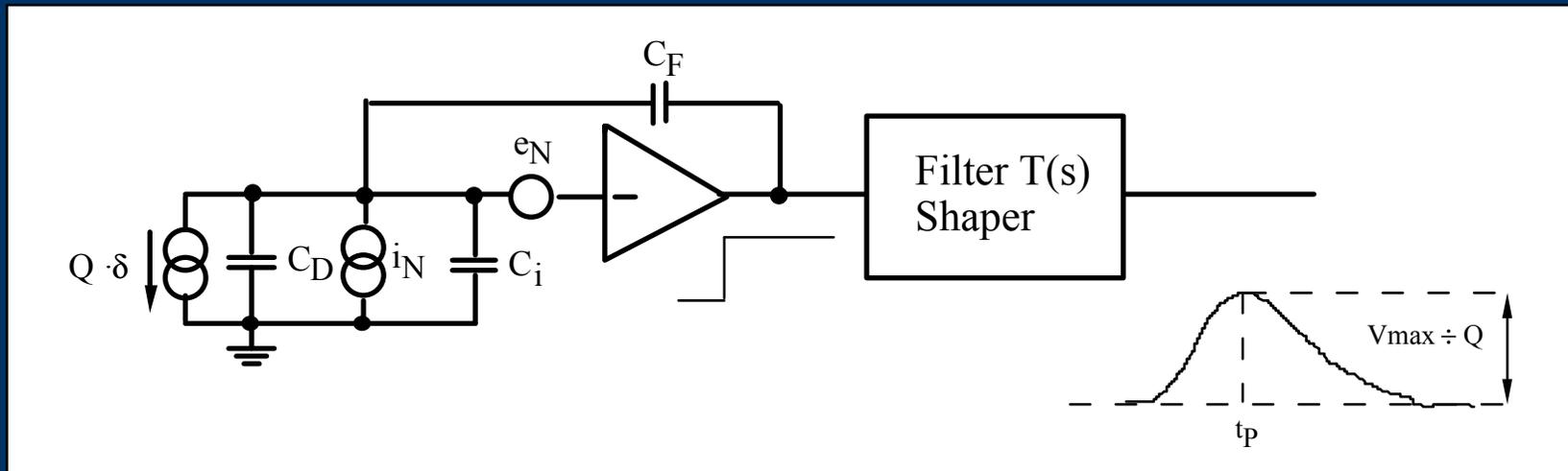
Equivalent Noise Charge (ENC)



Sistema tempo-invariante: non ci sono variazioni con il tempo dei parametri del sistema durante la misura, e viene effettuata una sola misura di ampiezza del segnale.

Il formatore è descritto completamente dalla risposta a un impulso a δ (dominio del tempo) o dalla funzione di trasferimento $T(s)$ (dominio della frequenza).

Equivalent Noise Charge (ENC)

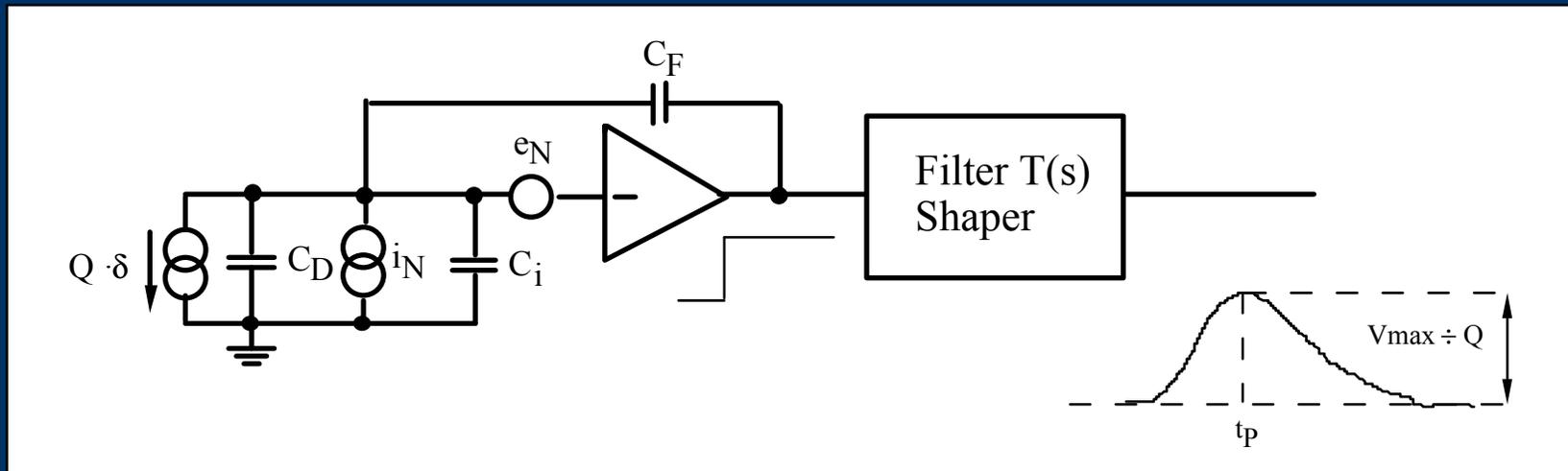


Si consideri la risposta $v_{\delta}(t)$ a un impulso a δ di corrente di area Q dal rivelatore.

$$v_{\delta}(t) = \frac{Q}{C_F} \cdot L^{-1} \left[\frac{T(s)}{s} \right]$$

Se: $Max[v_{\delta}(t)] = \frac{Q}{C_F}$ allora: $Charge\ sensitivity = \frac{1}{C_F}$

Equivalent Noise Charge (ENC)



La tensione quadratica media di rumore in uscita è:

$$\begin{aligned} \overline{v_{u,N}^2} &= \int_0^\infty S_u(\omega) df = \int_0^\infty \left[|T_{e_N}(j\omega)|^2 \cdot S_{e_N}(\omega) + |T_{I_N}(j\omega)|^2 \cdot S_{I_N}(\omega) \right] df \\ &= \int_0^\infty \left[|T(j\omega)|^2 \cdot \frac{(C_D + C_i + C_F)^2}{C_F^2} \left(A_W + \frac{A_f}{f} \right) + |T(j\omega)|^2 \frac{1}{\omega^2 C_F^2} \cdot B_W \right] df = \end{aligned}$$

Equivalent Noise Charge (ENC)

$$= A_W \frac{(C_D + C_i + C_F)^2}{C_F^2} \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty |T(j\omega)|^2 d\omega +$$
$$+ A_f \frac{(C_D + C_i + C_F)^2}{C_F^2} \int_0^\infty \frac{|T(j\omega)|^2}{\omega} d\omega + B_W \frac{1}{C_F^2} \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{|T(j\omega)|^2}{\omega^2} d\omega$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty |T(j\omega)|^2 d\omega = \frac{A_1}{t_P}$$

t_p = tempo di picco del segnale all'uscita del formatore

$$\int_0^\infty \frac{|T(j\omega)|^2}{\omega} d\omega = A_2$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{|T(j\omega)|^2}{\omega^2} d\omega = A_3 t_P$$

A_1, A_2, A_3 = coefficienti dipendenti dalla natura del filtro

Equivalent Noise Charge (ENC)

$$ENC = \frac{\sqrt{v_{u,N}^2}}{\text{Charge sensitivity}}$$

$$ENC^2 = \overline{v_{u,N}^2} \cdot C_F^2 =$$

$$= A_W (C_D + C_i + C_F)^2 \frac{A_1}{t_P} + A_f (C_D + C_i + C_F)^2 A_2 + B_W A_3 t_P$$

$$C_T = C_D + C_i + C_F$$

= capacità totale all'ingresso del preamplificatore

In un canale analogico ben progettato, le sorgenti di rumore principali sono associate al dispositivo di ingresso del preamplificatore.

Equivalent Noise Charge (ENC)

$$ENC^2 = A_W C_T^2 \frac{A_1}{t_P} + A_f C_T^2 A_2 + B_W A_3 t_P$$

White series noise:

Neglecting noise in parasitic resistors:

$$A_W = 4kT \frac{\Gamma}{g_m}$$

$$\Gamma = 0.5 \text{ (BJT)}$$

$$\Gamma = 2/3 \text{ (Long channel FETs)}$$

$$\Gamma \approx 1 \text{ (Short-channel FETs)}$$

White parallel noise:

$$B_W = 2qI$$

$$I = I_B \text{ (BJT)}$$

$$I = I_G \text{ (JFET)}$$

Equivalent Noise Charge (ENC)

$$ENC^2 = A_W C_T^2 \frac{A_1}{t_P} + A_f C_T^2 A_2 + B_W A_3 t_P$$

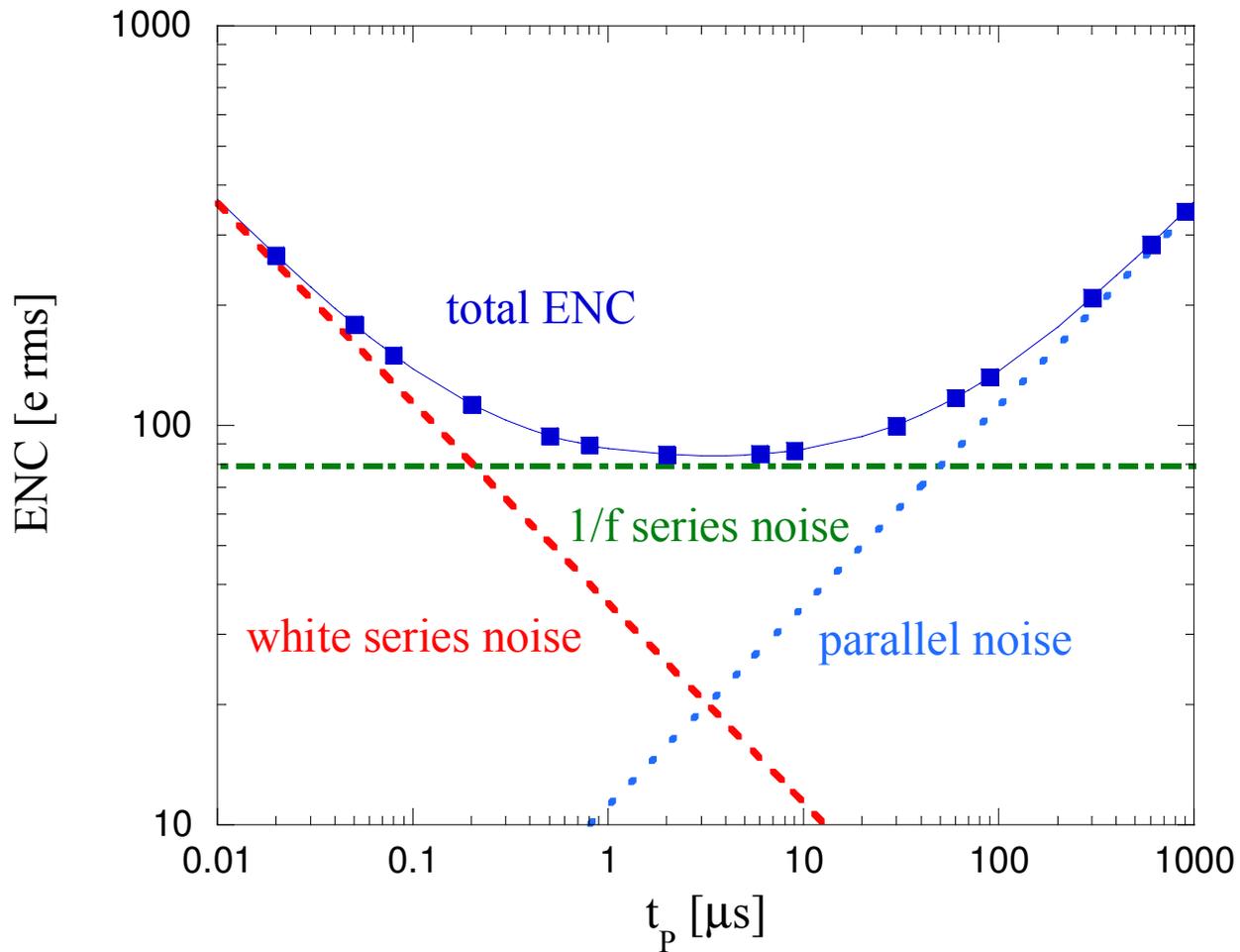


Series 1/f noise (MOSFET):

$$A_f = \frac{K_a}{C_{OX}^2 WL}$$

Il contributo a ENC del rumore 1/f è indipendente dal tempo di picco del formatore e debolmente dipendente dalla forma di T(s). Ciò è legato al fatto che integrando lo spettro 1/f in una banda da f_{low} a f_{high} si ottiene un valore rms $\sim [\ln(f_{high}/f_{low})]^{1/2}$, che a pari valore di f_{high}/f_{low} è indipendente dal parametro temporale t_p del filtro.

ENC



ENC: Time domain approach

Teorema di Carson:

Una sorgente di rumore con densità spettrale $N(\omega)$ bilatera è dovuta alla sovrapposizione temporale di eventi casualmente distribuiti con frequenza media λ e con trasformata di Fourier $F(\omega)$:

$$N(\omega) = \lambda |F(\omega)|^2$$

Rumore bianco serie e parallelo possono essere pensati come il risultato di impulsi casuali a δ di area unitaria, con frequenza media di arrivo $\lambda = A_W/2$ (oppure $B_W/2$). (A_W e B_W sono densità spettrali unilatera)

E' un risultato equivalente a quello ottenuto trattando il rumore nel dominio delle frequenze:

$$N_u(\omega) = N_i(\omega) \cdot |T(j\omega)|^2$$

ENC: Time domain approach

Teorema di Campbell:

Un processo di rumore risultante dalla sovrapposizione di impulsi $f(t)$, che arrivano a istanti casualmente distribuiti con frequenza media λ , ha un valore quadratico medio:

$$\overline{V_N^2(t)} = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt$$

Calcolo del rapporto segnale-rumore (ENC):

Rumore parallelo

Un impulso a δ nel generatore di corrente parallelo induce all'uscita una risposta $h(t)$. In base ai teoremi precedenti:

$$\overline{V_{u,I_N}^2(t)} = B_W \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt$$

ENC: Time domain approach

Calcolo del rapporto segnale-rumore (ENC):

Rumore serie

Un impulso a δ nel generatore di tensione serie induce all'uscita un segnale con trasformata di Laplace:

$$s(C_D + C_i + C_F) \cdot L[h(t)]$$

Quindi la risposta indotta in uscita è:

$$(C_D + C_i + C_F) h'(t)$$

Dal teorema di Campbell, il rumore bianco serie contribuisce al rumore quadratico medio in uscita con il termine:

$$\overline{V_{u,eN}^2(t)} = A_W (C_D + C_i + C_F)^2 \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [h'(t)]^2 dt$$

ENC: Time domain approach

Se la risposta $h(t)$ a un impulso di corrente a δ ha ampiezza unitaria:

$$ENC^2 = A_W (C_D + C_i + C_F)^2 \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [h'(t)]^2 dt + B_W \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt$$

$$ENC^2 = A_W C_T^2 \frac{A_1}{t_P} + A_f C_T^2 A_2 + B_W A_3 t_P$$

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [h'(t)]^2 dt = \frac{A_1}{t_P}$$

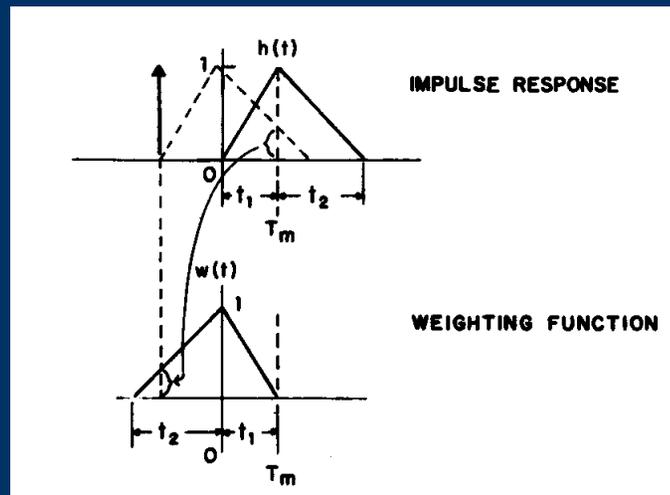
$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt = A_3 t_P$$

Weighting function and time-variant systems

Nel filtraggio di segnali si utilizzano anche tecniche tempo-varianti (circuiti a condensatori commutati, campionamento multiplo del segnale, gated integrator).

Le proprietà di un sistema tempo-variante sono descritte dalla funzione peso $W(t)$. $W(t)$ descrive il contributo che un impulso a δ di corrente di rumore (che avviene all'istante t) dà all'istante di misura T_m .

Nel caso di sistemi tempo-invarianti, $W(t)$ è l'immagine specchiata nel tempo della risposta $h(t)$ del sistema a un impulso a δ di corrente. Negli integrali precedenti si possono usare $h(t)$ o $W(t)$.



Weighting function and time-variant systems

In un sistema tempo-variante la forma d'onda di segnale in uscita è in generale diversa dalla funzione peso. Nella valutazione degli integrali di rumore va utilizzata $W(t)$.

$$ENC^2 = A_W C_T^2 \frac{A_1}{t_P} + B_W A_3 t_P$$

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [W'(t)]^2 dt = \frac{A_1}{t_P}$$

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} W^2(t) dt = A_3 t_P$$

Weighting function and time-variant systems

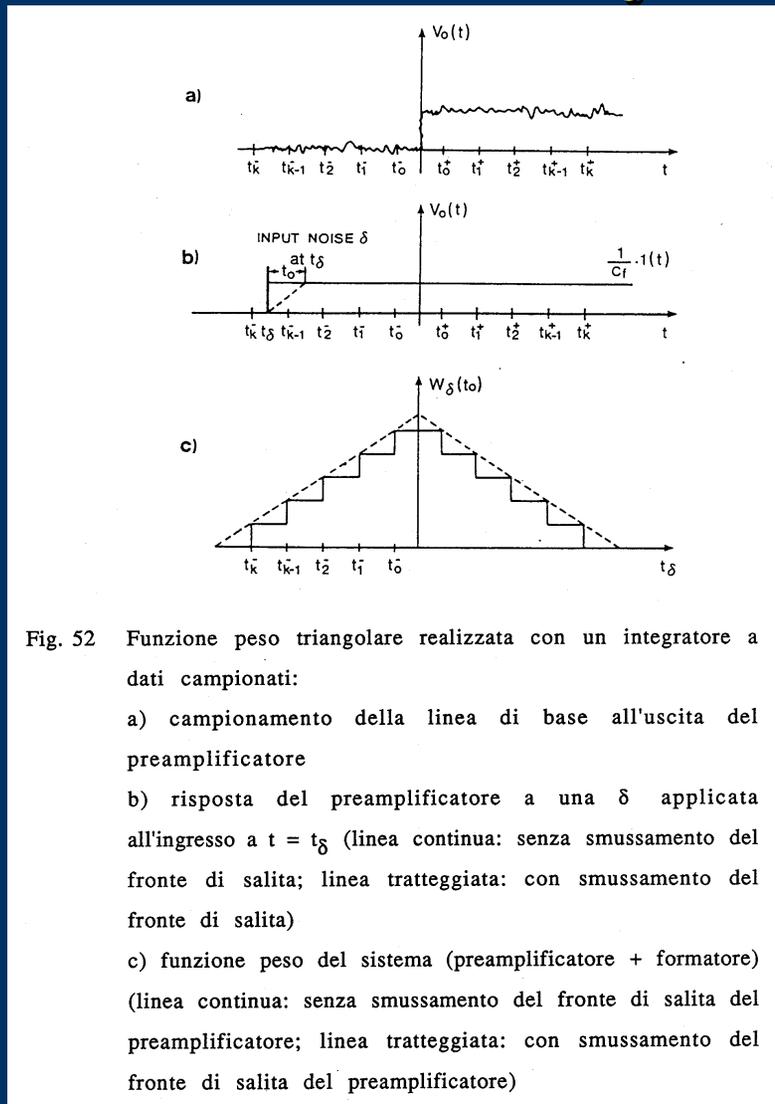


Fig. 52 Funzione peso triangolare realizzata con un integratore a dati campionati:

- a) campionamento della linea di base all'uscita del preamplificatore
- b) risposta del preamplificatore a una δ applicata all'ingresso a $t = t_0$ (linea continua: senza smussamento del fronte di salita; linea tratteggiata: con smussamento del fronte di salita)
- c) funzione peso del sistema (preamplificatore + formatore) (linea continua: senza smussamento del fronte di salita del preamplificatore; linea tratteggiata: con smussamento del fronte di salita del preamplificatore)

Weighting function and time-variant systems

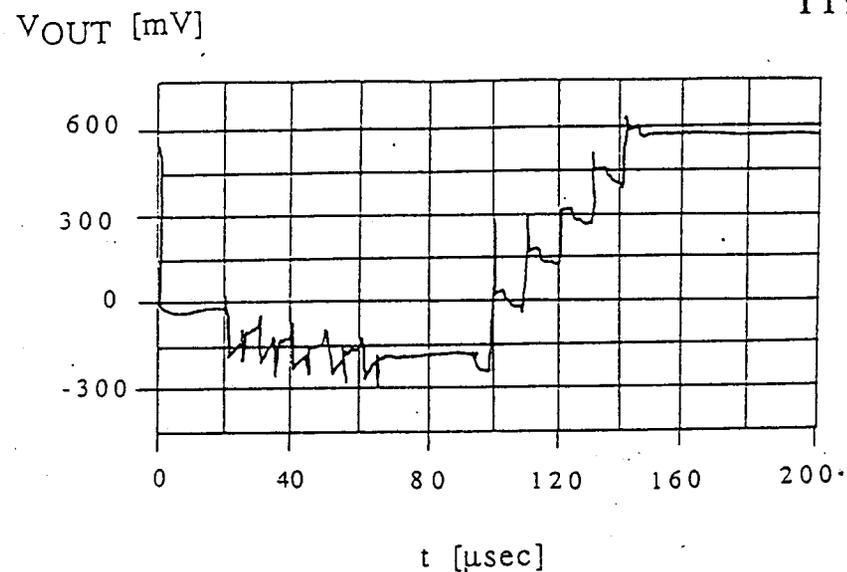
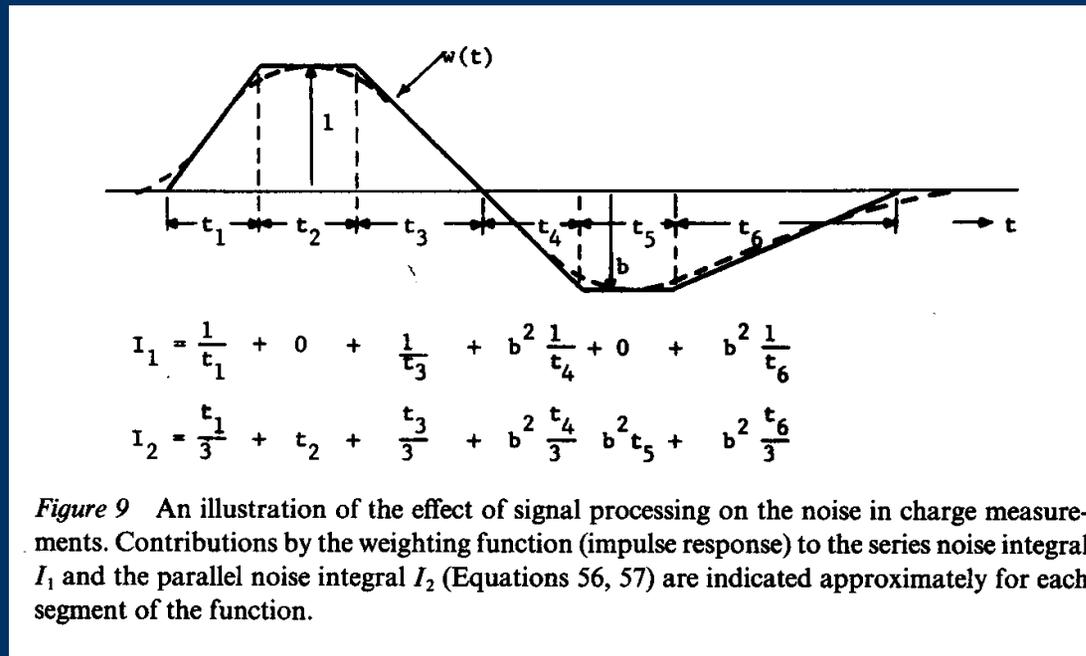


Fig. 55 Segnale all'uscita del filtro a condensatori commutati indotto dalle sequenze V_{L1} , V_{L2} e da una carica iniettata all'ingresso del preamplificatore nell'intervallo fra i due gruppi di segnali di comando.

Weighting function

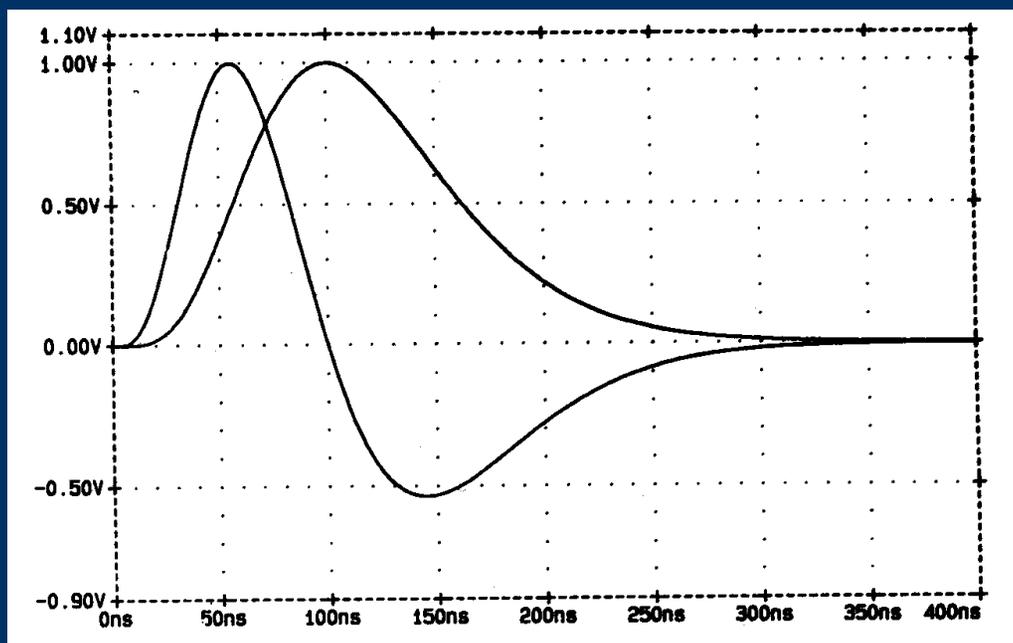
Le parti più ripide della funzione peso contribuiscono all'integrale di rumore serie, mentre il contributo del rumore parallelo aumenta con la lunghezza di $W(t)$.

Il rumore $1/f$ non viene trattato nel dominio del tempo per le difficoltà matematiche associate alla rappresentazione temporale di un generatore di rumore con densità spettrale $1/f$.



Unipolar vs bipolar shaping

La scelta della funzione peso, oltre che alla riduzione del rumore, è legata a parametri come il tempo di raccolta della carica nel rivelatore (limite inferiore su t_p), il rate di segnali dal rivelatore (limite superiore su t_p), la necessità di effettuare misure di ampiezza del segnale o di timing (formatura unipolare o bipolare).



Scelta del dispositivo di ingresso del preamplificatore

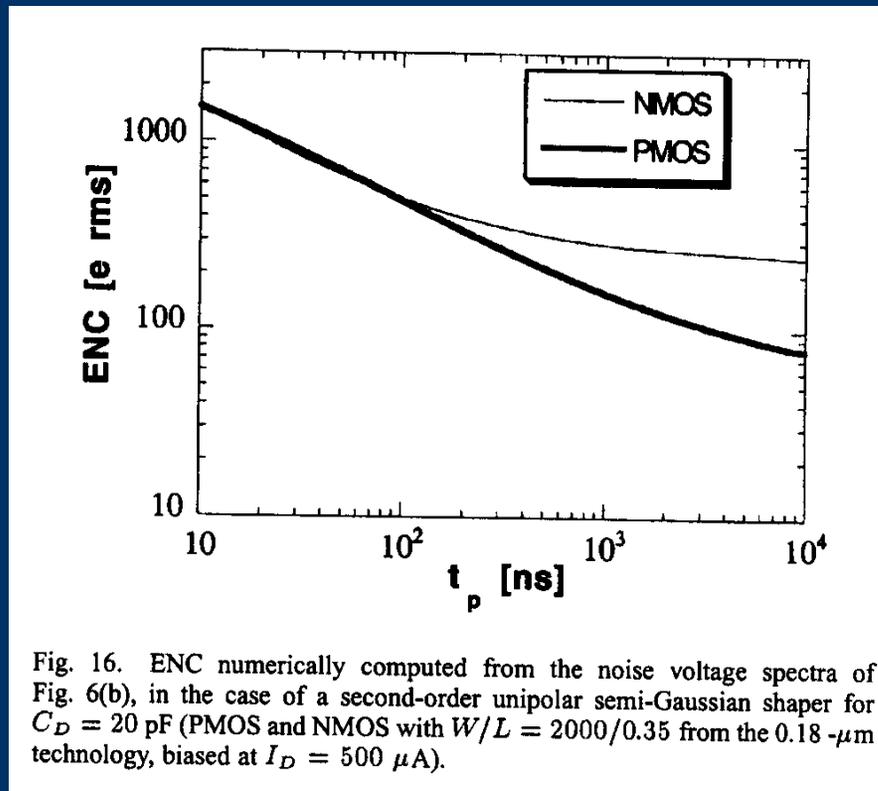
In un canale analogico ben progettato, le sorgenti di rumore principali sono associate al dispositivo di ingresso del preamplificatore.

La scelta del dispositivo dipende da parametri come C_D , t_p , e da considerazioni tecnologiche (implementazione di funzioni analogico-digitali su un unico chip).

ENC: NMOS vs PMOS

In debole inversione il rumore bianco serie (rumore termico di canale) è indipendente dalla polarità del dispositivo.

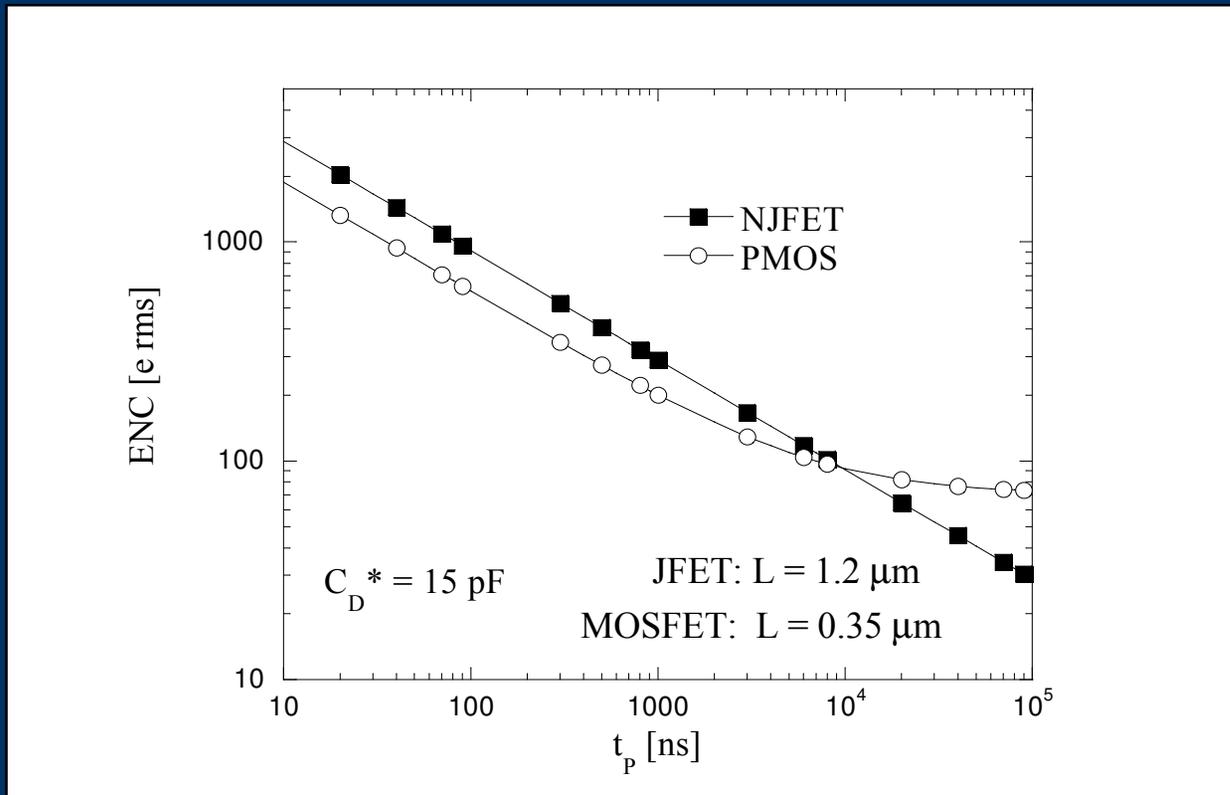
Il PMOS presenta un minore contributo di rumore $1/f$ (coefficiente K_a circa 10 volte più piccolo).



ENC: NJFET vs PMOS

Il JFET ha rumore $1/f$ più piccolo del MOSFET (non ha ossido di gate).

Il MOSFET ha un rumore termico di canale inferiore, perché ha un rapporto g_m/I_D più elevato (minore lunghezza di canale).



ENC: BJT vs MOSFET

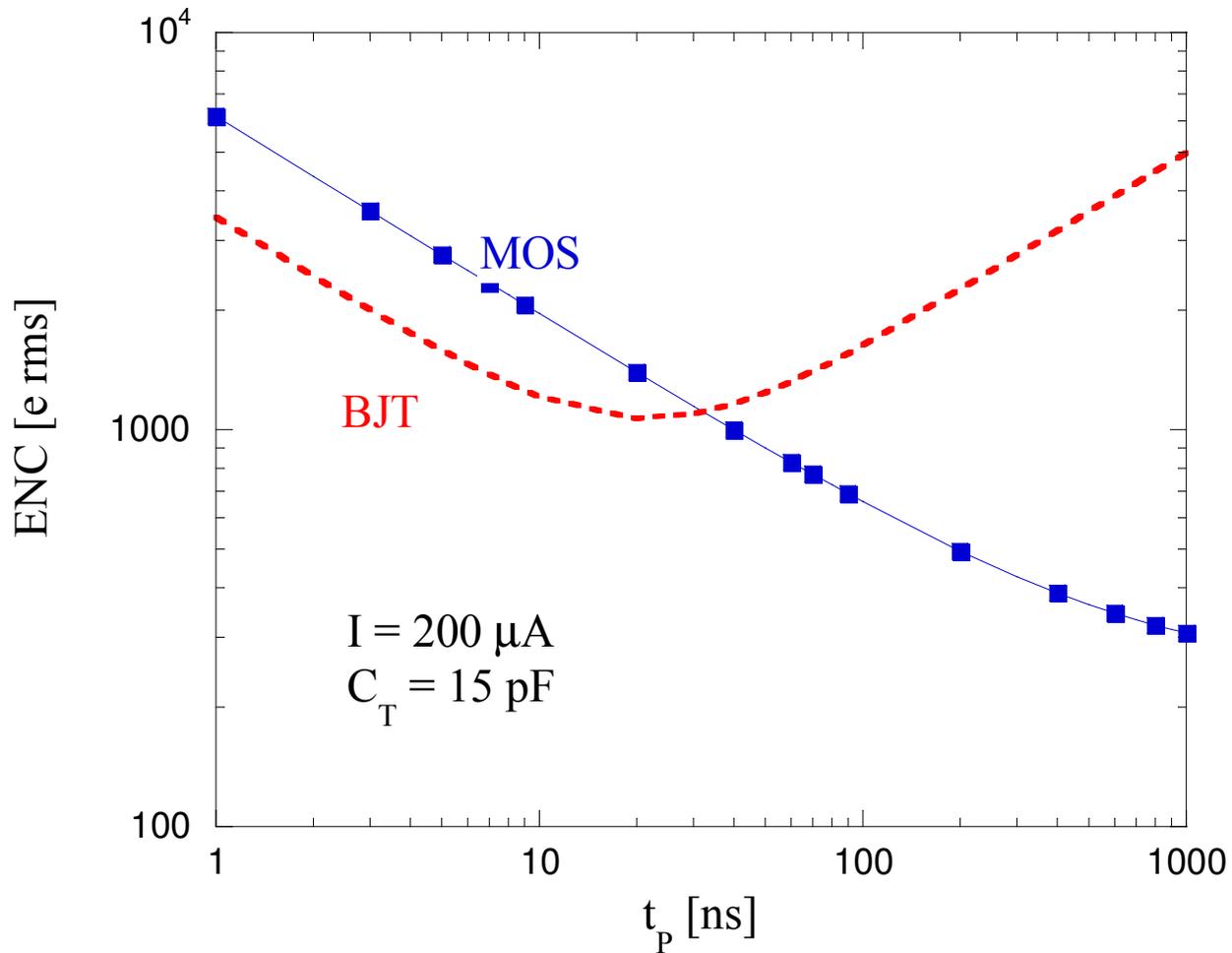
At peaking times in the 10-ns region, where the parallel noise related to the base current is generally of minor importance, the bipolar transistor may outperform the CMOS in terms of noise behavior at comparatively small standing currents, 100 μA or less (the bipolar transistor has a larger g_m/I_D ratio).

Still, the thermal noise contribution from the base spreading resistance must be taken into account and design and layout criteria aiming at reducing such a resistance must be employed.

If in a bipolar transistor only the two dominant noise sources, the shot noise in the collector current and the shot noise in the base current are taken into account, a minimum noise condition exists, expressed by:

$$I_{CtP} = \frac{kT}{q} (C_D^* + C_i) \sqrt{\frac{\beta A_1}{A_3}}$$

ENC: BJT vs MOSFET



Bibliografia

- 1) E. Gatti and P. F. Manfredi, "Processing the signals from solid-state detectors in elementary-particle physics," *La Rivista del Nuovo Cimento della Società Italiana di Fisica*, ser. 3, vol. 9, no. 1, pp. 27–48, 1986.
- 2) V. Radeka, "Low-noise techniques in detectors", *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 1988. 38: 217-77.
- 3) Z. Y. Chang and W. M. C. Sansen, *Low-Noise Wide-Band Amplifiers in Bipolar and CMOS Technologies*. Norwell, MA: Kluwer, 1991.